

# 書 評

西郷甲矢人, 能美十三: 圏論の道案内~矢印でえがく数学の世界~, pp. 280, 技術評論社 (2019)

本書は, 圏論の入門書のさらに入門書です. 対象は数学の知識が全くない読者であり, 圏論そのものが何を扱うかということ自体にまるまる一冊の解説があてがわれています. 我々が直感と圏論が示す概念の対応を記述しています. 圏は英語ではカテゴリー (Category) といいます. カテゴリーというと親密さが増すかと思えます.

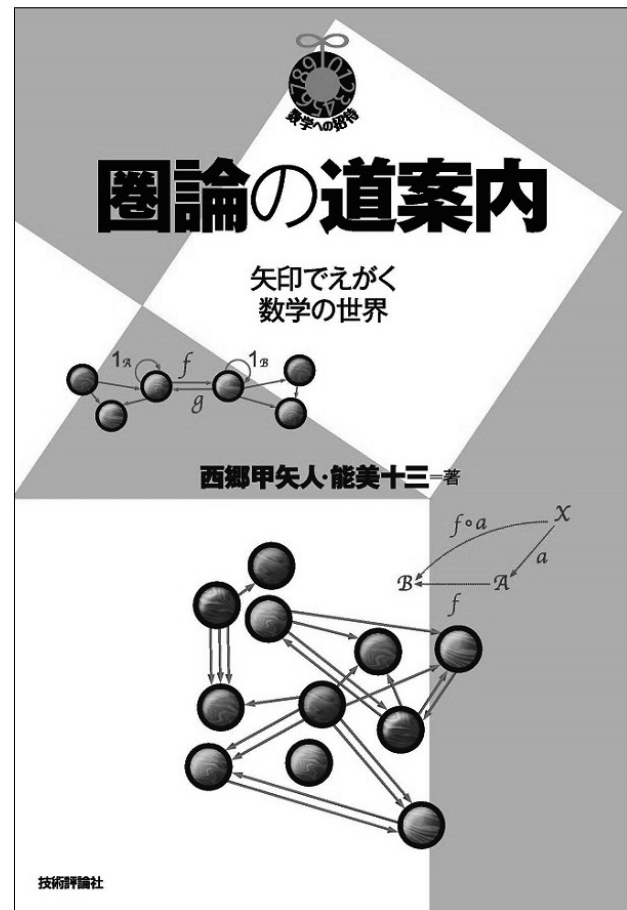
記述の仕方は二人の著者, 西郷氏と能美氏が対話する形式で全編描かれています. 西郷氏はなるべく簡単に圏論の基本概念を話し, 能美氏がさらにそれでもくずれ落ちてしまうような微細な落とし穴を指摘しながら圏論の全体像を, 対話を通じて描いていきます.

圏論は現代数学の上に立つ概念ですが, それを理解する前提知識は本書の中で簡易に解説されています. そういう意味で, 厳密な理解ではなく「それなりの理解」を目指すことで敷居を下げています. 他の参考書を引くことなく, 本書の中で圏論の輪郭を捉えるための道筋を教えてください. 直感をつないで感覚的な理解を与えてくれます. 文系・理系を問わず, 広い読者が想定されています.

圏論とは, 関係性の関係性を研究する数学です. ある分野の複数に絡み合う関係性の全体 (= 圏) が別の圏へそっくり移せる, ということがあります. 変換することを通常は関数といいます, 関係性全体を写すことは「関手」と言います. 関係のことを「射」と言います. 「射」は域と呼ばれる対象から余域と呼ばれる対象に向かう対応です.

圏論は哲学, プログラミング, 人工知能, さまざまな分野の注目を集めています. それは, 圏論自体が他分野に貢献して新しい発見をするというよりは, それぞれの分野で「なんかうまいことを表現できないかな」という「もどかしさ」をうまく整理し, 見通し良く, 次の風景を見せてくれることがあるからです.

20 世紀の数学が, 数の科学から概念・形式の科学へと変貌していく中で, 数学は数を扱わないような学問に対しても大きな影響をもつようになりました. 例えば, 数学と哲学に関して少し前の話から始めましょう. クロード・レヴィ=ストロース (1908 ~ 2009) の「構造主義」は, 数学の同型の概念を応用して, 異なる文化の一見異なる構造も, うまく変化する関数 (射影) をつくと相互に変換でき, 同じ構造としてみなせることを明らかにしました. 数学的同型とは, 一つの数学がある変換を施せば, 別の数学と同じであるということを言うための概念です. 例えば, 複素数全体は, 二次行列群  $GL(2, \mathbf{R})$  の部分群と同型で, 二次元回転と伸縮からなる群の表現がなされていると見ます. ブルバキはこの同型の概念を



用いて数学を具体的な事例から引きはがし, 抽象的な体系として再構築しました.

「圏論の関手」もまた同様に哲学を中心とした人文科学および人工知能に, 大きな影響を及ぼす可能性があります. 関手もまた, 何かと何かと同じであると示すための概念です. 圏論の場合, ある物事の関係性の全体が他の物事の関係性全体と同じであることを示すための概念です.

圏論の教科書を開くと, そこにあるのは関係性を示すための矢印と関係性のもとになる要素と, 関係性の対象となる要素です. 関係性 (矢印) が接続されていくときの関係性について研究するのが圏論です.

人工知能と関わりの深いところでは, プランニングの領域が考えられます. 階層型タスクプランニングの場合には, 問題をドメインに分割して, 分割されたドメイン内のオペレーションのシーケンスを構築します. オペレーションの重なりはまたオペレーションであり, オペレーションの階層構造がつけられます. このオペレーションの関係性は, 圏論を用いると極めてエレガントに

記述することができます。ほかに、オントロジーの分野にも応用することができます。また人間の思考を考えてみれば、あるカテゴリでの理解の仕方が、他のカテゴリでも有効なことがあります。日本の社会への理解が、他の国の社会の在り方の参考になる、といったようなことです。これはまさに圏の考え方であり、圏とはメタファーによる物事の理解でもあります。

圏論が射程とするのは、関係性を扱うすべての学問です。ところがよく考えてみると、ほとんどの学問は関係性そのものを探求するというよりは、それぞれの対象において見いだした関係性を記述しているのみです。圏論

はそうではなく、関係性そのものがもつ性質に着目し、関係性についての一般論を諸学に提供します。それゆえに、すべての学問が複雑化する中で圏論は無視し得ない存在になっています。

現代数学の基本概念となってしまった圏論はその専門書においては極めて高度で抽象的な描き方をされており、数学者でないものがこれを追うことは難しい状況にあります。そこで、本書のような入門のさらに入門書といった書籍が必要とされ、本書はその期待に応える本です。

[三宅 陽一郎 (編集委員, スクウェア・エニックス)]