表示的意味論にもとづくRDF/OWL意味論の形式化

Formalization of RDF/OWL Semantics based on Denotational Semantics

小出 誠二 [1*] 武田 英明 [2]
Seiji Koide[1] Hideaki Takeda[2]

[1] 新領域融合研究センター
[1] Transdisciplinary Research Integration Center
[2] 国立情報学研究所
[2] National Institute of Informatics

Abstract: Suggested by Ramified Types by Bertrand Russell in his famous book "Principia Mathematica", we previously proposed the meta-modeling criteria in OWL Full descriptions in order to enable meta-modeling in RDF/OWL, but we did not address the formulation of RDF/OWL semantics yet according to the criteria. In this paper, we have introduced the orders of classes into RDF/OWL semantics and then re-formulated the RDF semantics and OWL semiFull semantics, which inhibits OWL inference on properties as resources. Thus, the ambiguous wording "punning" by W3C is fixed on the ground of meta-modeling theory by Ramified Types and it helps us to deeply understand the semantics and the mechanism of RDF/OWL systems that allow us ontological meta-modeling.

1 はじめに

前報 [1] では RDF 意味論および OWL 意味論における集合論に焦点をあて，カントールによる包括原理，ツェルメロの分出原理を紹介し，ラッセルのパラドックスをめぐる集合論の歴史的経緯についても概観した．そして KIF 3.0 における集合論を紹介し，ラッセルの分岐タイプ理論を RDF のメンバーシップに当てはめ，クラスに高階の階数を考慮することによりメンバーシップループを逃れてパラドックスは生じないことを述べた．最後にラッセルのパラドックスを導かないためのオントロジー構成基準を「OWL Full のためのメタモデリング基準」[1] として提案した．しかし，高階の階数の違いを考慮した RDF 意味論および OWL 意味論の定式化については報告していない．

本稿では，ラッセルの分岐タイプ理論に従い，クラスに高階の階数を導入して RDF 意味論の定式化を行い，さらにそれに基づいて，RDF に整合する OWL 意味論の定式化を行った．一口に OWL Full と言っても，様々なレベルがあり，本稿では OWL においてはプロパティについてはリソースとしての自由な推論を許さない，オントロジーメタモデリングを可能とする OWL Full について定式化を行い，OWL Full の深い理解を可能とした．

2 準備

2.1 抽象構文と論議の領域

本稿における形式化の議論では，シグネチャΣ は 5 タプル $\langle \mathbb{R}, \mathcal{P}, \mathcal{F}, \mathcal{V}, \mathcal{I} \rangle$ である．ここで，$\mathbb{R}$ は論議の領域 (universe of discourse) を表し，$\mathcal{P}$ は論理述語記号の有限集合，$\mathcal{F}$ は関数記号の有限集合，$\mathcal{V}$ は語彙の可算集合である．本稿ではすべての文は語彙 $\mathcal{V}$ 中の三要素からなるトリプルである．解釈 $\mathcal{I}$ は語彙 $\mathcal{V}$ およびその

*連絡先：国立情報学研究所
〒 101-8430 東京都千代田区一ツ橋 2-1-2
E-mail: koide@nii.ac.jp

[1] 1) rdfs:Resource や owl:Thing のインスタンスでかつ rdfs:Class や owl:Class のインスタンスではないオブジェクトは個物であり，その階数は 0 である．2) rdfs:Resource や owl:Thing のインスタンスでかつ rdfs:Class や owl:Class のインスタンスであるが，rdfs:Class や owl:Class のサブクラスではないオブジェクトは，クラスであるがその階数は 1 である．3) rdfs:Class の階数は 2 以上，rdfs:Resource の階数は 1 以上である．4) rdfs:Resource や owl:Thing のインスタンスでかつ rdfs:Class や owl:Class のインスタンスであり，しかも rdfs:Class や owl:Class のサブクラスでもあるオブジェクトは，クラスでありその階数は 2 以上である．5) rdfs:subClassOf の引数の階数は同じでなければならない．6) rdf:type は predicative でなければならない．すなわち，rdf:type におけるメンバーを階数 n とすると，クラスは階数 $n+1$ でなければならない．7) 基礎の公理を満足しなければならない．すなわち，原則として直接間接にメンバーシップループを作ってはならない．メンバーシップループが一見見えるときでも，上記基準に照らして，階数を解釈してメンバーシップループの降下は最後に停止しなければならない．

トリプルの集合から論議の領域 $\mathbb{R}$ への写像であり，トリプルの構文と $\mathbb{R}$ の内部構造の関係を詳述するのが本稿の目的である．

$\mathcal{P}$ には様々な論理述語記号が含まれうるが，本稿においては $\in$（集合の要素と集合の関係），$\subseteq$（集合間の包含関係），$\sqsubseteq$（クラス間の包摂関係）を主に議論する．$\mathcal{P}$ に加えて，通常の論理結合である $\wedge$（conjunction），$\vee$（disjunction）も使われる．

本来 $\mathcal{F}$ には引数に語彙 $\mathcal{V}$ の要素を引き受ける多様な関数があってよいが，本稿では 1 座の $\mathbb{E}$EXT(.)（プロパティ外延）と $\mathbb{C}$EXT(.)（クラス外延）のみについて議論する．

語彙 $\mathcal{V}$ に含まれるものは RDF 構文においてはすべて URI 参照かリテラルであるが，これらは論理的には定項である．ここで今後の記述において論理変項を x, y, $\cdots$ などで表すものとする．全称限量子 $\forall$，存在限量子 $\exists$ も用いられる．規定値として，変数の全称限量は $\mathbb{R}$ のすべてのエンティティをカバーし，存在限量は $\mathbb{R}$ の中のあるエンティティを指示する．また，変数に限量子がない式ではそれは全称限量子が省略されているものとする．

2.2 表示的意味論と高階階数

Tarski 流 [2, 3] 表示的意味論 (denotational semantics) では，語彙や文構成の字句表現と語句や文が指示する意味の領域を区別して考え，文中の語は論議の領域 (universe of discourse) 中のエンティティを表示し (denote)，文は語の表示物および文の構造に依存して，真偽値を表示するものとされる，ある知識表現文を今問題とする世界において事実とするには，それが真となるように公理系と解釈規則が与えられるが，知識表現の真偽を論ずるための対象となる場や設定 (数学的枠組み) をモデルと呼び，モデルに対して与えられた公理と推論規則にしたがって真偽値を判定することを解釈とよぶ．与えられたモデルにおいて，明示的には記述されていない命題を公理と推論規則にしたがって導くことまたは導かれた表現を伴意と呼ぶ．

今，ある語を変数 x が表すものとしたとき，解釈 $\mathcal{I}$ による論議の領域 $\mathbb{R}$ 中のエンティティを $\mathcal{I}[\![x]\!]$，あるいは $x^{\mathcal{I}}$ と表記する．たとえば，語 rdfs:Resource の表示，すなわち論議の領域中のエンティティは $\mathit{rdfs{:}Resource}^{\mathcal{I}}$ と表記される [2]．

前報 [1] にならって，$\mathbb{R}$ 中のすべてのエンティティは階数によりタイプ付けされているものとし，異なる階数のエンティティは，たとえ語が同一でも異なるものとする．すなわち，一般に

$$ {}^{i}x^{\mathcal{I}} = {}^{i}x^{\mathcal{I}} \quad where\ i \geq 0 $$

は常に真であり，

$$ {}^{i}x^{\mathcal{I}} = {}^{j}x^{\mathcal{I}} \quad where\ i \neq j $$

は特別な場合を除いて普通は偽である．ここで，変項あるいは定項の左肩の数字は階数を表す．

階数 0 のエンティティはそれが個物 (individual) であることを表し，クラスとは呼ばない．階数 1 のエンティティは個物の集合をクラス外延とするクラスである．階数 2 のエンティティは階数 1 のクラスをクラス外延とするクラスであり，以下同様である．階数が 1 以上のエンティティを広い意味でクラスと呼ぶが，階数が 1 のクラスを狭い意味でクラスと呼び，階数が 2 以上のクラスをメタクラスと呼ぶことがある．また，階数が n のクラスを実現体（インスタンス）ととらえてそれに対して階数が $n+1$ のクラスをメタクラスと呼ぶこともある．これらの同名異義語の違いはそのときの文脈によって明らかではあるが，読者は注意されたい．

本稿では理論的にはすべてのクラスは階数が一つ下のエンティティから構成的に生成されるものとする．逆に，クラスがあった場合には，その外延（集合）の要素は必ずクラスより階数が一つ下とする．これをラッセルの分岐タイプ理論にならって，可述的（predicative）と呼ぶ．

$\mathcal{I}(x) = {}^{i}x^{\mathcal{I}}$ ではあるが，これだけでは i がいくつであるか，いいかえれば，ある語 x がどの階数のエンティティに写像されるのかわからない．それを決定するには，全知識表現（すべてのトリプルの集合）から整合的な解釈が可能でなければならない．これが（表面的には）階数を考慮しない RDF 意味論と本稿との違いである．もちろん，複数の階数の解釈が可能である場合もある．逆にそのような解釈（写像）が成り立たなければ，そのトリプル集合は全体として偽である．

かくして，論議の領域は次のように再定義される．

$$ \mathbb{R} \equiv \{{}^{i}x^{\mathcal{I}} \mid {}^{i}x^{\mathcal{I}} = {}^{i}x^{\mathcal{I}}\} \quad where\ i \geq 0 $$

ここで，${}^{i}x^{\mathcal{I}} = {}^{i}x^{\mathcal{I}}$ は常に真であることに注意されたい．すなわち，$\mathbb{R}$ はいかなるエンティティも含むことができて，すべてのエンティティの集合を表す．

3 RDF 意味論

3.1 単純解釈

RDF のモデルはラベルつき有向グラフである．有向グラフの最小構成要素は一つの $\langle s\ p\ o\rangle$ であるが，この

[2] 語 “rdfs:Resource” とその表示 rdfs:Resource としても同じことであるが，本稿ではこのようにする．

構成要素を順に主題 (subject)，述語 (predicate)，目的語 (object) と呼び，その組み合わせを三組み（トリプル）と呼ぶ．RDF グラフの最小構成は一つのトリプルであるが，トリプルの集合を RDF グラフと呼ぶ．RDF 意味論においては主題は URI 参照かブランク識別子であり，目的語は URI 参照，ブランク識別子，XML 型付リテラル，プレーンリテラル（言語タグあり及びなし）のいずれかである．本稿では主に URI 参照についてのみ考察する．また，述語も URI 参照のみとする．

語彙 $\mathcal{V}$ 中の語からトリプル $\langle s\ p\ o\rangle$ の集合が与えられたとき，個々のトリプルは次のように解釈される．ただし，ここでは論議の領域中のエンティティに階数を導入している．

$$\mathcal{I}[\![s\quad p\quad o]\!] = \langle {}^i s^{\mathcal{I}},\ {}^j o^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{EXT}(p^{\mathcal{I}}) \qquad i,j,k\ \geq 0$$

ここで，$\mathbb{EXT}(p^{\mathcal{I}})$ は $p^{\mathcal{I}}$ のプロパティ外延と呼ばれる集合である．解釈は以下のとおり．

1. 解釈 $\mathcal{I}$ のユニバースと呼ばれる空でない集合 $\mathbb{R}$.
2. 解釈 $\mathcal{I}$ のプロパティ集合と呼ばれるある集合 $\mathbb{P}$.
3. $\mathbb{P}$ からべき集合 $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$，すなわち $\mathbb{R}$ 中の ${}^i s^{\mathcal{I}}$ と ${}^j o^{\mathcal{I}}$ のペア $\langle {}^i s^{\mathcal{I}}, {}^j o^{\mathcal{I}}\rangle$ の集合の集合，の中への写像 $\mathbb{EXT}$.
4. 語彙 $\mathcal{V}$ 中の URI 参照から $\mathbb{R}\cup\mathbb{P}$ の中への写像 $\mathbb{S}$. (実はすぐ後述するように，RDF においては $\mathbb{P}$ は $\mathbb{R}$ の部分集合である.)
5. 語彙 $\mathcal{V}$ 中の型付リテラルから $\mathbb{R}$ の中への写像 $\mathbb{L}$.
6. リテラル値集合と呼ばれる $\mathbb{R}$ の部分集合 LV，そこには $\mathcal{V}$ 中のすべてのプレーンリテラルが含まれる．

単純解釈では，全体トリプル集合が RDF グラフを形成するための充足条件が記述してある．

3.2 RDF 解釈

RDF 語彙 $rdf\mathcal{V}$ として，rdf:Property と rdf:type について考える．RDF 意味的条件の第 1 公理 [3] は以下のように解釈される．

$$\mathcal{I}[\![x\quad \mathrm{rdf\!:\!type}\quad \mathrm{rdf\!:\!Property}]\!] =$$
$$\langle {}^i x^{\mathcal{I}}, {}^{i+1}\mathit{rdf\!:\!Property}^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{EXT}({}^i\mathit{rdf\!:\!type}^{\mathcal{I}})\ \text{ for } i \geq 0$$

ここで，次式が常に成立する（公理）．

$$\langle {}^i x^{\mathcal{I}}, {}^{i+1}\mathit{rdf\!:\!Property}^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{EXT}({}^i\mathit{rdf\!:\!type}^{\mathcal{I}}) \Leftrightarrow {}^i x^{\mathcal{I}} \in \mathbb{P}$$

すなわち，上記トリプルがあったとき，URI 参照 x は $\mathbb{P}$ に属するエンティティを表示する．逆に $\mathbb{P}$ に属するすべてのエンティティは，上記のような関係をつくる．ただし，階数の任意性 ($i \geq 0$) は，他のトリプルとの解釈において制限されうる．典型的には，普通 i は 0 である．

$$\langle {}^0 x^{\mathcal{I}}, {}^1\mathit{rdf\!:\!Property}^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{EXT}({}^0\mathit{rdf\!:\!type}^{\mathcal{I}}) \Leftrightarrow {}^0 x^{\mathcal{I}} \in \mathbb{P}$$

x が rdf:type に特殊化された場合，次式が得られる．

$$\langle {}^0\mathit{rdf\!:\!type}^{\mathcal{I}}, {}^1\mathit{rdf\!:\!Property}^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{EXT}({}^0\mathit{rdf\!:\!type}^{\mathcal{I}}) \Leftrightarrow {}^0\mathit{rdf\!:\!type}^{\mathcal{I}} \in \mathbb{P}$$

上記，単純解釈の 3 に示されているように，ペア $\langle {}^i x^{\mathcal{I}}, {}^{i+1}\mathit{rdf\!:\!Property}^{\mathcal{I}}\rangle$ において各要素は $\mathbb{R}$ の要素である．すなわち，${}^i x^{\mathcal{I}}$ と ${}^{i+1}\mathit{rdf\!:\!Property}^{\mathcal{I}}$ は $\mathbb{R}$ に属し，$\mathbb{P}$ は $\mathbb{R}$ の部分集合である．

3.3 RDFS 解釈

RDFS 語彙 $rdfs\mathcal{V}$ として，rdfs:domain，rdfs:range，rdfs:subClassOf，rdfs:Resource，rdfs:Class を考える．語彙 $\mathcal{V}$ の rdfs-解釈とは，RDFS の意味論的条件と公理トリプル [4] を充足するところの，($\mathcal{V}\cup rdf\mathcal{V}\cup rdfs\mathcal{V}$) の，rdf-解釈 $\mathcal{I}$ である．

クラスとクラス外延　次のようなトリプルは以下のように解釈される．

$$\mathcal{I}[\![x\quad \mathrm{rdf\!:\!type}\quad y]\!] = \langle {}^i x^{\mathcal{I}}, {}^{i+1}y^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{EXT}({}^i\mathit{rdf\!:\!type}^{\mathcal{I}})$$

ここで RDFS におけるインスタンスとクラスの関係記述において常に次式が成立する（公理）．

$$\langle {}^i x^{\mathcal{I}}, {}^{i+1}y^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{EXT}({}^i\mathit{rdf:type}^{\mathcal{I}}) \Leftrightarrow {}^i x^{\mathcal{I}} \in \mathbb{CEXT}({}^{i+1}y^{\mathcal{I}}) \quad \text{where } i \geq 0$$

$\mathbb{CEXT}({}^{i+1}y^{\mathcal{I}})$ を ${}^{i+1}y^{\mathcal{I}}$ のクラス外延と呼ぶ．これと RDF 解釈を合わせて，$\mathbb{P}$ が各 ${}^i\mathit{rdf:Property}^{\mathcal{I}}$ のクラス外延から構成されることは明らかである．

ある個物 ${}^0 x^{\mathcal{I}}$ があったとき，それをあるクラス ${}^1 y^{\mathcal{I}}$ にタイプ付けて，そのクラス外延のメンバーとすることができる．

$$\langle {}^0 x^{\mathcal{I}}, {}^1 y^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{EXT}({}^0\mathit{rdf:type}^{\mathcal{I}}) \Leftrightarrow {}^0 x^{\mathcal{I}} \in \mathbb{CEXT}({}^1 y^{\mathcal{I}})$$

たとえば，ワシの個物である Harry は次のようになる．

$${}^0\mathit{eg\!:\!Harry}^{\mathcal{I}} \in \mathbb{CEXT}({}^1\mathit{eg\!:\!Eagle}^{\mathcal{I}})$$

[3] `http://www.w3.org/TR/rdf-mt/#rdfsemcond1`

[4] `http://www.w3.org/TR/rdf-mt/#rdfsinterpdef`

同様に，ワシが絶滅危惧種であることは，クラスのクラスすなわちメタクラスとして，次のように定義することができる．

$$^{1}eg\!:\!Eagle^{\mathcal{I}} \in \mathbb{C}\mathrm{EXT}(^{2}eg\!:\!EndangeredSpecies^{\mathcal{I}})$$

ここで，もし $^{0}eg\!:\!Eagle^{\mathcal{I}}$ と $^{1}eg\!:\!EndangeredSpecies^{\mathcal{I}}$ を考えたなら（そうすることはできるが），それは上記 $^{1}eg\!:\!Eagle^{\mathcal{I}}$ と $^{2}eg\!:\!EndangeredSpecies^{\mathcal{I}}$ とは論議の領域において別のエンティティと考えなければならない．

クラス外延と包摂関係　プロパティrdfs:subClassOf 関係にある二つのエンティティの階数は同一でなければならず[5]，その限りにおいて，以下の公理が成り立つ．

$$\langle {}^{i+1}x^{\mathcal{I}}, {}^{i+1}y^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{I}\mathrm{EXT}(^{i}rdfs\!:\!subClassOf^{\mathcal{I}}) \Rightarrow \\ {}^{i+1}x^{\mathcal{I}} \in \mathbb{C} \wedge {}^{i+1}y^{\mathcal{I}} \in \mathbb{C} \wedge \\ \mathbb{C}\mathrm{EXT}(^{i+1}x^{\mathcal{I}}) \subseteq \mathbb{C}\mathrm{EXT}(^{i+1}y^{\mathcal{I}}) \quad \text{where } i \geq 0$$

ここで，$\mathbb{C}$ は論議の領域 $\mathbb{R}$ におけるすべてのクラスの集合である．上記公理は，下位クラスのクラス外延は上位クラスのクラス外延に含まれることを述べ，下位クラスにタイプ付けされたエンティティ（インスタンス）は上位クラスにもタイプ付けされることを述べている．これをクラスの包摂関係と呼ぶ．

ここで，クラスの上位下位関係を記号 $\sqsubseteq$ で表記するとする．すなわち，

$${}^{i}x^{\mathcal{I}} \sqsubseteq {}^{i}y^{\mathcal{I}} \equiv \langle {}^{i}x^{\mathcal{I}}, {}^{i}y^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{I}\mathrm{EXT}(^{i}rdfs\!:\!subClassOf^{\mathcal{I}}) \\ \text{where } i \geq 1$$

$${}^{i}x^{\mathcal{I}} \sqsubseteq {}^{i}y^{\mathcal{I}} \Rightarrow \\ {}^{i}x^{\mathcal{I}} \in \mathbb{C} \wedge {}^{i}y^{\mathcal{I}} \in \mathbb{C} \wedge \mathbb{C}\mathrm{EXT}(^{i}x^{\mathcal{I}}) \subseteq \mathbb{C}\mathrm{EXT}(^{i}y^{\mathcal{I}}) \\ \text{where } i \geq 1$$

たとえば，ワシは動物種の下位クラスであり，絶滅危惧種も動物種の下位クラスとするには，以下のように定義すればよい．

$$^{1}eg\!:\!Eagle^{\mathcal{I}} \sqsubseteq {}^{1}eg\!:\!AnimalSpecies^{\mathcal{I}} \\ ^{2}eg\!:\!EndangeredSpecies^{\mathcal{I}} \sqsubseteq {}^{2}eg\!:\!AnimalSpecies^{\mathcal{I}}$$

この場合，論議の領域には階数が 1 と 2 の二つの $eg\!:\!AnimalSpecies^{\mathcal{I}}$ が同時に存在することになる．

[5] 可述性原理を前提にすれば，あるエンティティの階数に対してそのクラスの階数は必ず＋1でなければならず，したがって包摂関係において下位クラスの外延集合は上位クラスの外延集合の部分集合であることから，下位クラスの階数と上位クラスの階数は必ず一致しなければならない．

定義域と値域　RDF 意味論において，プロパティの定義域（rdfs:domain）と値域（rdfs:range）は，有用な伴意や，知識の整合性チェックに重要である．それぞれ，可述性原理に抵触しない限りにおいて以下のように定式化される．

$$\langle {}^{i}x^{\mathcal{I}}, {}^{i+1}y^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{I}\mathrm{EXT}(^{i}rdfs\!:\!domain^{\mathcal{I}}) \wedge \\ \langle {}^{i}u^{\mathcal{I}}, {}^{j}v^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{I}\mathrm{EXT}(^{i}x^{\mathcal{I}}) \\ \Rightarrow {}^{i}u^{\mathcal{I}} \in \mathbb{C}\mathrm{EXT}(^{i+1}y^{\mathcal{I}}) \quad \text{where } i, j \geq 0$$

$$\langle {}^{i}x^{\mathcal{I}}, {}^{i+1}y^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{I}\mathrm{EXT}(^{i}rdfs\!:\!range^{\mathcal{I}}) \wedge \\ \langle {}^{j}u^{\mathcal{I}}, {}^{i}v^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{I}\mathrm{EXT}(^{i}x^{\mathcal{I}}) \\ \Rightarrow {}^{i}v^{\mathcal{I}} \in \mathbb{C}\mathrm{EXT}(^{i+1}y^{\mathcal{I}}) \quad \text{where } i, j \geq 0$$

ただし，ここで x は rdf:type 以外のプロパティである．特に x が rdf:type の場合には，定義域については上記と同様であるが，値域については可述性原理を考慮して，以下の公理となる．

$$\langle {}^{i}rdf\!:\!type^{\mathcal{I}}, {}^{i+2}rdfs\!:\!Class^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{I}\mathrm{EXT}(^{i}rdfs\!:\!range^{\mathcal{I}}) \wedge \\ \langle {}^{i}u^{\mathcal{I}}, {}^{i+1}v^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{I}\mathrm{EXT}(^{i}rdf\!:\!type^{\mathcal{I}}) \\ \Rightarrow {}^{i+1}v^{\mathcal{I}} \in \mathbb{C}\mathrm{EXT}(^{i+2}rdfs\!:\!Class^{\mathcal{I}}) \text{ where } i \geq 0$$

ユニバーサルクラスとユニバーサルメタクラス　論議の領域 $\mathbb{R}$ をあたかもひとつのクラス外延であるかのように扱うために，rdfs:Resource という名前のクラスを定義する．ただし，$\mathbb{R}$ は $^{i}rdfs\!:\!Resource^{\mathcal{I}}$ の階数によって階層化される．

$$^{i}\mathbb{R} \equiv \mathbb{C}\mathrm{EXT}(^{i+1}rdfs\!:\!Resource^{\mathcal{I}}) \quad \text{where } i \geq 0 \\ \mathbb{R} = \bigcup_{i=0\to\infty} {}^{i}\mathbb{R}$$

ここで $^{i}rdfs\!:\!Resource^{\mathcal{I}}$ も論議の領域 $\mathbb{R}$ に含まれるものとする．そのようにしても，メンバーシップループは起こらず，何の矛盾も生じない．なぜなら，

$$^{i}rdfs\!:\!Resource^{\mathcal{I}} \in {}^{i}\mathbb{R} = \mathbb{C}\mathrm{EXT}(^{i+1}rdfs\!:\!Resource^{\mathcal{I}})$$

であり，論議の領域において $^{i}rdfs\!:\!Resource^{\mathcal{I}}$ と $^{i+1}rdfs\!:\!Resource^{\mathcal{I}}$ は区別されるからである．すべてのエンティティを含む普遍クラスという意味で，このクラスをユニバーサルクラスと呼ぶ[6]．

同様な議論がすべてのクラスの集合である $\mathbb{C}$ と rdfs:Class についても言える．すなわち，

$$^{i}\mathbb{C} \equiv \mathbb{C}\mathrm{EXT}(^{i+1}rdfs\!:\!Class^{\mathcal{I}}) \quad \text{where } i \geq 1 \\ \mathbb{C} = \bigcup_{i=1\to\infty} {}^{i}\mathbb{C}$$

ここで，すべてのクラスを含む普遍クラスという意味で，rdfs:Class をユニバーサルメタクラスと呼ぶことにする．

[6] ラッセルの還元公理 (axiom of reducibility) については後述する．

トップクラス　本稿における記述では，RDFS 公理の 6[7] は以下のように定式化される．

$$^{i}x^{\mathcal{I}} \in {}^{i}\mathbb{C} \Rightarrow {}^{i}x^{\mathcal{I}} \sqsubseteq {}^{i}\mathit{rdfs}{:}\mathit{Resource}^{\mathcal{I}} \quad \text{where } i \geq 1$$

すなわち，階層化された論議の領域 $^{i}\mathbb{R}$ の各層において，$^{i}\mathit{rdfs}{:}\mathit{Resource}^{\mathcal{I}}$ はその階層における最上位のクラスであり，層内のすべてのクラスはその層内の rdfs:Resource の下位クラスである．これは x を rdfs:Class に置き換えた場合も同様である．すなわち，

$$^{i}\mathit{rdfs}{:}\mathit{Class}^{\mathcal{I}} \in {}^{i}\mathbb{C} \Rightarrow {}^{i}\mathit{rdfs}{:}\mathit{Class}^{\mathcal{I}} \sqsubseteq {}^{i}\mathit{rdfs}{:}\mathit{Resource}^{\mathcal{I}} \quad \text{where } i \geq 1$$

前述までの例では，まとめると以下のようになる．

$$\begin{gathered}
^{0}\mathit{eg}{:}\mathit{Harry}^{\mathcal{I}} \in \mathbb{C}\mathrm{EXT}({}^{1}\mathit{eg}{:}\mathit{Eagle}^{\mathcal{I}}) \\
^{1}\mathit{eg}{:}\mathit{Eagle}^{\mathcal{I}} \in \mathbb{C}\mathrm{EXT}({}^{2}\mathit{eg}{:}\mathit{EndangeredSpecies}^{\mathcal{I}}) \\
^{2}\mathit{eg}{:}\mathit{EndangeredSpecies}^{\mathcal{I}} \in \mathbb{C}\mathrm{EXT}({}^{3}\mathit{rdfs}{:}\mathit{Class}^{\mathcal{I}}) \\
^{1}\mathit{eg}{:}\mathit{Eagle}^{\mathcal{I}} \sqsubseteq {}^{1}\mathit{eg}{:}\mathit{AnimalSpecies}^{\mathcal{I}} \sqsubseteq {}^{1}\mathit{rdfs}{:}\mathit{Resource}^{\mathcal{I}} \\
^{2}\mathit{eg}{:}\mathit{EndangeredSpecies}^{\mathcal{I}} \sqsubseteq {}^{2}\mathit{eg}{:}\mathit{AnimalSpecies}^{\mathcal{I}} \\
\sqsubseteq {}^{2}\mathit{rdfs}{:}\mathit{Resource}^{\mathcal{I}}
\end{gathered}$$

4　OWL 意味論

OWL 意味論には記述論理 (Description Logic) に基づく OWL DL に適した Direct Semantics [5] と，RDF 意味論に適合する RDF-based Semantics [6] がある．これは今ではそれぞれ OWL 2 Direct Semantics [7] と OWL 2 RDF-based Semantics [8] に更新されたが，本稿では OWL 2 を考慮しつつも，議論の範囲を OWL 1 RDF-based Semantics に限る．そのようにしても，本稿における範囲では OWL 2 でも議論に本質的な問題は何も生じない．なんとなれば，本稿においては具体的には，RDF 意味論における rdfs:subClassOf に加えて，owl:intersectionOf，owl:unionOf，owl:someValuesFrom，owl:allValuesFrom，owl:hasValue などについて議論するが，これらの意味は OWL 1 と OWL 2 で変わることはなく，また RDF 意味論に対する OWL 1 の意味論的拡張と同様に，OWL 2 の意味論は RDF 意味論の拡張となっているからである．

4.1　OWL ユニバーサルクラスと OWL ユニバーサルメタクラス

本稿では，OWL 意味論における論議の領域は，RDF におけるそれと等しいとする．そして，owl:Thing は rdfs:Resource に，owl:Class は rdfs:Class に等しいとする．すなわち，

$$\begin{aligned}
^{i}\mathit{owl}{:}\mathit{Thing}^{\mathcal{I}} &\equiv {}^{i}\mathit{rdfs}{:}\mathit{Resource}^{\mathcal{I}} \\
^{i}\mathit{owl}{:}\mathit{Class}^{\mathcal{I}} &\equiv {}^{i}\mathit{rdfs}{:}\mathit{Class}^{\mathcal{I}}
\end{aligned}$$

ただし，OWL 1 では第 5.2 節 OWL 解釈において $\mathbb{C}\mathrm{EXT}(\mathit{owl}:\mathit{Thing}) \subseteq \mathbb{R}$[8] としつつも，第 5.3 節 OWL Full では $\mathbb{C}\mathrm{EXT}(\mathit{owl}:\mathit{Thing}) = \mathbb{R}$ としており，一方，OWL 2 では最初から $\mathbb{C}\mathrm{EXT}(\mathit{owl}:\mathit{Thing}) = \mathbb{R}$ としている．本稿では上記から自明なように，以下とする．

$$\begin{aligned}
^{i}\mathbb{R} &= \mathbb{C}\mathrm{EXT}({}^{i+1}\mathit{rdfs}{:}\mathit{Resource}^{\mathcal{I}}) \\
&= \mathbb{C}\mathrm{EXT}({}^{i+1}\mathit{owl}{:}\mathit{Thing}^{\mathcal{I}}) \\
^{i}\mathbb{C} &= \mathbb{C}\mathrm{EXT}({}^{i+1}\mathit{rdfs}{:}\mathit{Class}^{\mathcal{I}}) \\
&= \mathbb{C}\mathrm{EXT}({}^{i+1}\mathit{owl}{:}\mathit{Class}^{\mathcal{I}})
\end{aligned}$$

4.2　OWL のシーケンス構文

OWL 意味論の議論では，owl:intersectionOf などにおいて，目的語にエンティティの集まりを一括して記述することがあり，そのために OWL 1 においても OWL 2 においてもシーケンスという用語が用いられ，rdf:List の実現とされている．

$$^{i}\$\mathrm{EQ} = \mathbb{C}\mathrm{EXT}({}^{i+1}\mathit{rdf}:\mathit{List}^{\mathcal{I}})$$

しかし実のところそれは順序なしの集合でしかなく，rdf:List の実現とするには問題がある．しかも，構文上も rdf:List を表記するには，低レベルのリスト構造記述のように，rdf:first，rdf:rest，rdf:nil を用いて記述しなければならず煩雑である．本稿では，RDF グラフとして，owl:intersectionOf などのプロパティでは主題から直接シーケンスの各構成要素にエッジが引かれるグラフモデルを考える．すなわち，構文上は $\langle s\,p\,o\rangle$ の o のみがシーケンスの各構成要素として異なる複数のトリプルにより，あるシーケンスを目的語とする単一のトリプルが表現されるものとする．たとえば，owl:intersectionOf などの記述の例で言えば，次のような turtle 構文による記述は，

```
vin:WhiteWine owl:intersectionOf vin:Wine,
                 [rdf:type owl:Restriction ;
                  owl:onProperty vin:hasColor ;
                  owl:hasValue vin:White] .
```

次のように展開されたものと同一とする．

[7] `http://www.w3.org/TR/rdf-mt/#rdfssemcond6`

[8] これは RDF 処理系に OWL 定義の RDF/XML ファイルを読み込めば，そのとおりになる．

```
vin:WhiteWine owl:intersectionOf vin:Wine .
vin:WhiteWine owl:intersectionOf
                 [rdf:type owl:Restriction ;
                  owl:onProperty vin:hasColor ;
                  owl:hasValue vin:White] .
```

また，その本稿における意味論的記述では，シーケンスを通常の集合のように表記するものとする．すなわち，Lisp のリスト表記で $(a\ b\ c\ \cdots)$ とされるものは，本稿の議論では $\{a,\ b,\ c,\ \cdots\}$ と表記する．

4.3 OWL クラスの結合演算

OWL では記述論理における概念の選言 (disjunction) と連言 (conjunction) に相当するクラスの Boolean 結合が次のように定義される．ただし，ここでは z や c_i に owl:intersectionOf が来たり，rdf:type が来ることは想定していない．

$$\langle {}^{i+1}z^{\mathcal{I}}, \{{}^{i+1}c_1^{\mathcal{I}}, {}^{i+1}c_2^{\mathcal{I}}, \cdots, {}^{i+1}c_n^{\mathcal{I}}\}\rangle \in \mathbb{EXT}({}^{i}\mathit{owl:intersectionOf}^{\mathcal{I}}) \Leftrightarrow$$
$$ {}^{i+1}z^{\mathcal{I}} \in {}^{i+1}\mathbb{C} \ \wedge \bigwedge_{j=1\to n} {}^{i+1}c_j^{\mathcal{I}} \in {}^{i+1}\mathbb{C} \ \wedge$$
$$\mathbb{C}\mathrm{EXT}({}^{i+1}z^{\mathcal{I}}) = \bigcap_{j=1\to n} \mathbb{C}\mathrm{EXT}({}^{i+1}c_j^{\mathcal{I}})$$

$$\langle {}^{i+1}z^{\mathcal{I}}, \{{}^{i+1}c_1^{\mathcal{I}}, {}^{i+1}c_2^{\mathcal{I}}, \cdots, {}^{i+1}c_n^{\mathcal{I}}\}\rangle \in \mathbb{EXT}({}^{i}\mathit{owl:unionOf}^{\mathcal{I}}) \Leftrightarrow$$
$$ {}^{i+1}z^{\mathcal{I}} \in {}^{i+1}\mathbb{C} \ \wedge \bigwedge_{j=1\to n} {}^{i+1}c_j^{\mathcal{I}} \in {}^{i+1}\mathbb{C} \ \wedge$$
$$\mathbb{C}\mathrm{EXT}({}^{i+1}z^{\mathcal{I}}) = \bigcup_{j=1\to n} \mathbb{C}\mathrm{EXT}({}^{i+1}c_j^{\mathcal{I}})$$

rdfs:subClassOf の包摂関係式では *iff* (if and only if) ではなかったが，owl:intersectionOf と owl:unionOf では *iff* であることに注意されたい．

4.4 数え上げのクラス

OWL においてクラス／インスタンス関係を定義をするものがもう一つある．それが owl:oneOf である．ただし以下においても，z や a_i に owl:oneOf が来たり，rdf:type が来ることは想定していない．

$$\langle {}^{i+1}z^{\mathcal{I}}, \{{}^{i}a_1^{\mathcal{I}}, {}^{i}a_2^{\mathcal{I}}, \cdots, {}^{i}a_n^{\mathcal{I}}\}\rangle \in \mathbb{EXT}({}^{i}\mathit{owl:oneOf}^{\mathcal{I}})$$
$$\Leftrightarrow {}^{i+1}z^{\mathcal{I}} \in {}^{i+1}\mathbb{C} \wedge \mathbb{C}\mathrm{EXT}({}^{i+1}z^{\mathcal{I}}) = \{{}^{i}a_1^{\mathcal{I}}, {}^{i}a_2^{\mathcal{I}}, \cdots, {}^{i}a_n^{\mathcal{I}}\}$$

すなわち，owl:oneOf ではクラス外延を与えてクラスを定義することができる．

4.5 プロパティ値制約

OWL ではインスタンスに対して，そのクラス毎にあるプロパティの値に特別の値を指定することができる．owl:allValuesFrom は rdfs:range のようにプロパティ値のクラスを指定する．

$$\langle {}^{i}x^{\mathcal{I}}, {}^{i+1}y^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{EXT}({}^{i}\mathit{owl:allValuesFrom}^{\mathcal{I}}) \wedge \langle {}^{i}x^{\mathcal{I}}, {}^{i}p^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{EXT}({}^{i}\mathit{owl:onProperty}^{\mathcal{I}}) \Rightarrow$$
$$\{{}^{i}u^{\mathcal{I}} \in {}^{i}\mathbb{R} \mid \forall^{i}v^{\mathcal{I}}[\langle {}^{i}u^{\mathcal{I}}, {}^{i}v^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{EXT}({}^{i}p^{\mathcal{I}}) \to {}^{i}v^{\mathcal{I}} \in \mathbb{C}\mathrm{EXT}({}^{i+1}y^{\mathcal{I}})]\}$$

すなわち，上記左辺定義があったとき，もし $\langle {}^{i}u^{\mathcal{I}}, {}^{i}v^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{EXT}({}^{i}p^{\mathcal{I}})$ なる ${}^{i}v^{\mathcal{I}}$ があれば，そのすべての ${}^{i}v^{\mathcal{I}}$ は必ず ${}^{i+1}y^{\mathcal{I}}$ のインスタンスである．ただし，ここで p は rdf:type ではないとする．p が rdf:type の場合には次の定式となる．

$$\langle {}^{i}x^{\mathcal{I}}, {}^{i+2}y^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{EXT}({}^{i}\mathit{owl:allValuesFrom}^{\mathcal{I}}) \wedge \langle {}^{i}x^{\mathcal{I}}, {}^{i}\mathit{rdf:type}^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{EXT}({}^{i}\mathit{owl:onProperty}^{\mathcal{I}}) \Rightarrow$$
$$\{{}^{i}u^{\mathcal{I}} \in {}^{i}\mathbb{R} \mid \forall^{i+1}v^{\mathcal{I}}[\langle {}^{i}u^{\mathcal{I}}, {}^{i+1}v^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{EXT}({}^{i}\mathit{rdf:type}^{\mathcal{I}}) \to {}^{i+1}v^{\mathcal{I}} \in \mathbb{C}\mathrm{EXT}({}^{i+2}y^{\mathcal{I}})]\}$$

また，p が owl:allValuesFrom 自身であるとき，表面上は巡回してしまうが，ここでは階数の違いをしっかりと認識することが必要である．

$$\langle {}^{i}u^{\mathcal{I}}, {}^{i+1}v^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{EXT}({}^{i}\mathit{owl:allValuesFrom}^{\mathcal{I}}) \wedge \langle {}^{i}u^{\mathcal{I}}, {}^{i}\mathit{owl:allValuesFrom}^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{EXT}({}^{i}\mathit{owl:onProperty}^{\mathcal{I}}) \Rightarrow$$
$$\{{}^{i}u^{\mathcal{I}} \in {}^{i}\mathbb{R} \mid \forall^{i}v^{\mathcal{I}}[\langle {}^{i}u^{\mathcal{I}}, {}^{i}v^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{EXT}({}^{i}\mathit{owl:allValuesFrom}^{\mathcal{I}}) \to {}^{i}v^{\mathcal{I}} \in \mathbb{C}\mathrm{EXT}({}^{i+1}v^{\mathcal{I}})]\}$$

すなわち，トリプル $\langle u$ owl:allValuesFrom $v\rangle$ があっても，その解釈に $\langle {}^{i}u^{\mathcal{I}}, {}^{i+1}v^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{EXT}({}^{i}\mathit{owl:allValuesFrom}^{\mathcal{I}})$ と $\langle {}^{i}u^{\mathcal{I}}, {}^{i}v^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{EXT}({}^{i}\mathit{owl:allValuesFrom}^{\mathcal{I}})$ がともに解釈可能でなければ，${}^{i}v^{\mathcal{I}} \in \mathbb{C}\mathrm{EXT}({}^{i+1}v^{\mathcal{I}})$ は成立しない．

一方，owl:someValuesFrom は次のように定式化される．

$$\langle {}^{i}x^{\mathcal{I}}, {}^{i+1}y^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{EXT}({}^{i}\mathit{owl:someValuesFrom}^{\mathcal{I}}) \wedge \langle {}^{i}x^{\mathcal{I}}, {}^{i}p^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{EXT}({}^{i}\mathit{owl:onProperty}^{\mathcal{I}}) \Rightarrow$$
$$\{{}^{i}u^{\mathcal{I}} \in {}^{i}\mathbb{R} \mid \exists^{i}v^{\mathcal{I}}[\langle {}^{i}u^{\mathcal{I}}, {}^{i}v^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{EXT}({}^{i}p^{\mathcal{I}}) \wedge {}^{i}v^{\mathcal{I}} \in \mathbb{C}\mathrm{EXT}({}^{i+1}y^{\mathcal{I}})]\}$$

上記左辺定義があったとき，$\langle {}^{i}u^{\mathcal{I}}, {}^{i}v^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{EXT}({}^{i}p^{\mathcal{I}})$ なる ${}^{i}v^{\mathcal{I}}$ には ${}^{i+1}y^{\mathcal{I}}$ のインスタンスであるものが存在する．ここにおいても，p は rdf:type や owl:someValuesFrom

ではないとする．それらに関しては上記owl:allValuesFromと同様な検討が必要である．

さてowl:hasValueはクラス／インスタンス関係を定義するものではなく，ここに可述性原理を持ち込んでよいものかどうかには疑問があるが，これまでの定式化においては論議の領域$\mathbb{R}$はきれいに${}^{i}\mathbb{R}$に階層化されていて，異なる階数のクラスはクラス／インスタンス関係定義としてのみ関係づけられた．ここでowl:hasValue関係に階数の制限を入れないとすると，これまでの定式化の結果としての${}^{i}\mathbb{R}$の階層性が保てなくなる．そこでowl:hasValue関係にも階数の制約を持ち込み，以下のように定式化する．ただしここでも，xやyにowl:hasValueやrdf:typeが来ることは想定していない．

$$\langle {}^{i}x^{\mathcal{I}}, {}^{i}y^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{E}\mathrm{XT}({}^{i}\mathit{owl\!:\!hasValue}^{\mathcal{I}}) \wedge \langle {}^{i}x^{\mathcal{I}}, {}^{i}p^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{E}\mathrm{XT}({}^{i}\mathit{owl\!:\!onProperty}^{\mathcal{I}}) \Rightarrow \{{}^{i}u^{\mathcal{I}} \in {}^{i}\mathbb{R} \mid \exists^{i}y^{\mathcal{I}}[\langle {}^{i}u^{\mathcal{I}}, {}^{i}y^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{E}\mathrm{XT}({}^{i}p^{\mathcal{I}})]\}$$

ただし，ここでもpはrdf:typeやその他の可述性原理に抵触するものではなく，上記左辺定義があったとき，もし${}^{i}u^{\mathcal{I}}$があってそれをトリプルの主題とする述語${}^{i}p^{\mathcal{I}}$があれば，$\langle {}^{i}u^{\mathcal{I}}, {}^{i}y^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{E}\mathrm{XT}({}^{i}p^{\mathcal{I}})$である${}^{i}y^{\mathcal{I}}$が存在するものとする．

また，カージナリティ制約についてはクラス／インスタンス関係に影響するプロパティへの適応を排除すれば，これが階数について関係することはなく，これまでの制約条件から関連するエンティティの階数は同一としてよい．

$$\langle {}^{i}x^{\mathcal{I}}, n\rangle \in \mathbb{E}\mathrm{XT}({}^{i}\mathit{owl\!:\!minCardinality}^{\mathcal{I}}) \wedge \langle {}^{i}x^{\mathcal{I}}, {}^{i}p^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{E}\mathrm{XT}({}^{i}\mathit{owl\!:\!onProperty}^{\mathcal{I}}) \Rightarrow \{{}^{i}u^{\mathcal{I}} \in {}^{i}\mathbb{R} \mid \#({}^{i}v^{\mathcal{I}} \in \mathbb{R} \wedge \langle {}^{i}u^{\mathcal{I}}, {}^{i}v^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{E}\mathrm{XT}({}^{i}p^{\mathcal{I}})) \geq n\}$$

ここでnは0以上の整数であり，$\#(.)$は条件を満たすエンティティの数，すなわちカージナリティを表す．

$$\langle {}^{i}x^{\mathcal{I}}, n\rangle \in \mathbb{E}\mathrm{XT}({}^{i}\mathit{owl\!:\!maxCardinality}^{\mathcal{I}}) \wedge \langle {}^{i}x^{\mathcal{I}}, {}^{i}p^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{E}\mathrm{XT}({}^{i}\mathit{owl\!:\!onProperty}^{\mathcal{I}}) \Rightarrow \{{}^{i}u^{\mathcal{I}} \in {}^{i}\mathbb{R} \mid \#({}^{i}v^{\mathcal{I}} \in \mathbb{R} \wedge \langle {}^{i}u^{\mathcal{I}}, {}^{i}v^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{E}\mathrm{XT}({}^{i}p^{\mathcal{I}})) \leq n\}$$

$$\langle {}^{i}x^{\mathcal{I}}, n\rangle \in \mathbb{E}\mathrm{XT}({}^{i}\mathit{owl\!:\!cardinality}^{\mathcal{I}}) \wedge \langle {}^{i}x^{\mathcal{I}}, {}^{i}p^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{E}\mathrm{XT}({}^{i}\mathit{owl\!:\!onProperty}^{\mathcal{I}}) \Rightarrow \{{}^{i}u^{\mathcal{I}} \in {}^{i}\mathbb{R} \mid \#({}^{i}v^{\mathcal{I}} \in \mathbb{R} \wedge \langle {}^{i}u^{\mathcal{I}}, {}^{i}v^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{E}\mathrm{XT}({}^{i}p^{\mathcal{I}})) = n\}$$

4.6　その他

owl:sameAsは通常異なる語の表示物(denotation)が実は同じ外延であるというように解釈される．

$$\langle x^{\mathcal{I}},\ y^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{E}\mathrm{XT}(\mathit{owl\!:\!sameAs}^{\mathcal{I}}) \Rightarrow x^{\mathcal{I}} = y^{\mathcal{I}}$$

これを非唯一名仮説（Non-Unique Name Assumption）というが，RDF意味論においては唯一名仮説，非唯一名仮説について一切言及していない．RDF意味論のモデルはRDFグラフであり，各エンティティ$x^{\mathcal{I}}$や$y^{\mathcal{I}}$はRDFグラフのノードである．OWL意味論の解釈では，このRDF意味論の解釈にOWL意味論が重畳されると見なければならない．すなわち，$\mathit{MorningStar}^{\mathcal{I}}$と$\mathit{EveningStar}^{\mathcal{I}}$はRDFグラフノードとして両者が存在し，その両者がowl:sameAsで等しいというのは，OWL解釈系によって解釈されるものとする．

さて，ここに階数を持ち込むとすると，これまでと同様に階数の違いを超えてクラスが比較されることはないとして，以下のように考える．

$$\langle {}^{i}x^{\mathcal{I}},\ {}^{i}y^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{E}\mathrm{XT}({}^{i}\mathit{owl\!:\!sameAs}^{\mathcal{I}}) \Rightarrow {}^{i}x^{\mathcal{I}} = {}^{i}y^{\mathcal{I}}$$

非唯一名仮説において，二つのエンティティが異なることを積極的に宣言するowl:differentFromについても同様である．

$$\langle {}^{i}x^{\mathcal{I}},\ {}^{i}y^{\mathcal{I}}\rangle \in \mathbb{E}\mathrm{XT}({}^{i}\mathit{owl\!:\!differentFrom}^{\mathcal{I}}) \Rightarrow {}^{i}x^{\mathcal{I}} \neq {}^{i}y^{\mathcal{I}}$$

なお，本稿では階数が異なれば，常にエンティティは異なって，それがOWLにおいてowl:sameAsで等しいとされることはないとしていることを注意しておく．

5　関連研究および考察

これまでクラスにおける階数の違いを考慮したRDFおよびOWLの議論はない．本稿における定式化の観点から見て，OWL Fullの例題とされるものにも議論があいまいなものもある．以下ではそのような関連研究について議論し，OWL Fullに関連してW3Cにおいて議論されるpunningなるものについても言及する．

5.1　メンバーシップの無限ループ

Motik [9, 10] はOWLにおけるメタモデリングの議論において，本稿でも先に述べた絶滅危惧種の例に並んで，ドミノの正方形への敷き詰め問題(Domino-tilting Puzzle)をあげ，Domino-tilting Puzzleがundecidableであることから OWL Full がundecidableであると述べている．しかし，OWLはどんな定式化をしても大丈夫とはなっていないようであり，無制限の自由を許せば容易に無限ループに導かれる．本稿においても，起こりうるすべての場合に対応した定式化ができているわけではない．しかし，問題によっては計算可能なものもあり，実際絶滅危惧種のmeta-modelingは計算可能である．OWL Fullにundecidableな問題があることは間違いないとしても，OWL Fullと呼ばれるもの

すべてが計算不可能ということではなく，どのような問題であれば計算可能なのか，OWL Full 問題に対する解析的な研究が必要である．

Motik(2005) [9] では Domino-tilting Puzzle の問題について病的な定式化をしており，⟨rdf:type owl:sameAs owl:onProperty⟩ となって，すべてのドミノタイプがプロパティでもあるという結論になった．その後 Motik は同じ問題についてはるかに健全な定式化をしている [10]. それは以下のようなものである．ここで，$H(D_i)$ は D_i に関する可能な水平方向への敷き詰め，$V(D_i)$ は垂直方向への敷き詰めである．

$$\langle \text{owl:Nothing} \quad \text{owl:intersectionOf} \quad \{D_i,\ D_j\} \rangle \qquad (1)$$

$$\begin{aligned}
&\langle \text{GRID} \quad \text{rdfs:subClassOf} \quad \alpha \rangle, && (2)\\
&\langle \alpha \quad \text{owl:unifonOf} \quad \{D_1, \cdots, D_n\} \rangle &&\\
&\langle \text{NotGRID} \quad \text{owl:complementOf} \quad \text{GRID} \rangle && (3)\\
&\langle D_i \quad \text{rdfs:subClassOf} \quad \beta_i \rangle, && (4)\\
&\langle \beta_i \quad \text{owl:onProperty} \quad \text{owl:allValuesFrom} \rangle, &&\\
&\langle \beta_i \quad \text{owl:allValuesFrom} \quad \beta'_i \rangle, &&\\
&\langle \beta'_i \quad \text{owl:unionfOf} \quad \{H(D_i)\} \rangle &&\\
&\langle D_i \quad \text{rdfs:subClassOf} \quad \gamma_i \rangle, && (5)\\
&\langle \gamma_i \quad \text{owl:onProperty} \quad \text{rdf:type} \rangle, &&\\
&\langle \gamma_i \quad \text{owl:allValuesFrom} \quad \gamma'_i \rangle, &&\\
&\langle \gamma'_i \ \text{owl:unionOf} \ \{\mathit{NotGRID}, V(D_i)\} \rangle &&\\
&\langle \mathit{GRID} \quad \text{rdfs:subClassOf} \quad \delta_1 \rangle, && (6)\\
&\langle \delta_1 \quad \text{owl:onProperty} \quad \text{owl:allValuesFrom} \rangle, &&\\
&\langle \delta_1 \quad \text{owl:someValuesFrom} \quad \mathit{GRID} \rangle &&\\
&\langle \mathit{GRID} \quad \text{rdfs:subClassOf} \quad \delta_2 \rangle, && (7)\\
&\langle \delta_2 \quad \text{owl:onProperty} \quad \text{rdf:type} \rangle, &&\\
&\langle \delta_2 \quad \text{owl:someValuesFrom} \quad \mathit{GRID} \rangle &&\\
&\langle \mathit{GRID} \quad \text{rdfs:subClassOf} \quad \delta_3 \rangle, && (8)\\
&\langle \delta_3 \quad \text{owl:onProperty} \quad \text{owl:onProperty} \rangle, &&\\
&\langle \delta_3 \quad \text{owl:hasValue} \quad \text{owl:allValuesFrom} \rangle &&\\
&\langle a_{0,0} \quad \text{rdf:type} \quad \mathit{GRID} \rangle && (9)
\end{aligned}$$

この定式化においては，GRID がプロパティとなることはないが，(9) 式と (7) 式から ⟨GRID rdf:type GRID⟩ となって GRID 階数の無限の上昇が生じる．$a_{0,0}$ は碁盤目のグリッドの (0, 0) のグリッドであり，これの階数を 0 とするのが正しいと考えるが，本稿で考えるボトムアップ的な構成方法では GRID の階数の無限の上昇を止める手段を考えなければならない．

先に例示した絶滅危惧種のメタモデリングにおいては，rdfs:Resource と rdfs:Class を除いては，階数の無限の上昇の式は導出されないことを注意しておく [9]．

[9] 第 3 章の最後を参照のこと．

5.2 Punning と還元公理

Punning とは W3C は OWL 2 の新しい特徴の一つに簡単なメタモデリング機能を挙げて，その三つのユースケースをまとめて *punning* という言葉で紹介しているが [10]，RDF ベースの OWL Full の観点からは，いずれもオントロジー的メタモデリングと言えるものではない．一方，OWL 2 メタモデリング機能のユースケースに入っていない絶滅危惧種の例 [11] は，本稿でも紹介したとおり，オントロジー的メタモデリングの例である．これまでの説明では，すべてのクラスには階数による区別があって，階数が異なるクラスが同じとなることはないとしてきた．たとえば第 3 章最後の例では，${}^1 eg\!:\!AnimalSpecies$ と ${}^2 eg\!:\!AnimalSpecies$ は別々のエンティティであるとした．もしこの両者を見かけ上区別なく扱うことができれば，それこそ pun（ごろ合わせ）という言葉にふさわしい．同様に，見かけ上 ${}^i rdfs\!:\!Resource^{\mathcal{I}}$，${}^i rdfs\!:\!Class^{\mathcal{I}}$ をすべて punning して $rdfs\!:\!Resource^{\mathcal{I}}$，$rdfs\!:\!Class^{\mathcal{I}}$ になるとみなすことができる．

$$\begin{aligned}
\mathbb{R} &= \mathbb{C}\mathrm{EXT}(rdfs\!:\!Resource^{\mathcal{I}})\\
\mathbb{C} &= \mathbb{C}\mathrm{EXT}(rdfs\!:\!Class^{\mathcal{I}})
\end{aligned}$$

還元原理 ラッセルの還元公理は次のように形式的に述べられる [11].

$$\vdash \exists\psi[\varphi x \equiv \psi!x]$$

ここで，φx は自由変数 x とする命題関数であり，$\psi!x$ は個物に対する述語関数である．還元公理は任意のオーダの命題関数について，それに等価な個物に適応される述語があるという主張である．

ラッセルの分岐タイプは，ラッセルのパラドックスを含む各種パラドックスを回避して数論と数理哲学の基礎のために「プリンキピア・マセマティカ」において出版され公開されたものである．分岐タイプ理論ではこれまで述べてきたようなオントロジー的クラスに関する階層性と同様に，任意の述語（属性）について階層性が持ち込まれる．すなわち，愛玩動物の持つ属性（「かわいい」,「人になつく」など）を考えたとき，その属性を引数とするような関数や述語は引数のオーダ数よりも一つ高いオーダ数を持つ．すなわち，個物「ポチ」の階数 0，オーダ数 0 に対して,「かわいい (ポチ)」のオーダ数は (1/(0/0)) であるが,「犬 (ポチ)」のオーダ数は (1/(0/0)),「かわいい (犬)」のオーダ数は (2/(1/(0/0))) である．

[10] http://www.w3.org/TR/owl2-new-features/#F12:_Punning

[11] http://www.w3.org/2007/OWL/wiki/Punning#Treating_classes_as_instances_of_metaclasses_.28Class_.E2.86.94_Individual.29

これまでの本稿での議論では，rdf:type を述語とするトリプルの主題と目的語は 1 だけ異なる階数を持つとしたが，プロパティのオーダ数については意図的に議論してこなかった．なぜならば，ラッセルの還元公理によって，少なくともプロパティに関しては高階オーダのプロパティは考えなくてよいと思われるからである．

本稿では，$\mathbb{E}$XT と $\mathbb{C}$EXT そのものにはオーダの考慮をしなかった．それは任意のオーダ数あるいは階数の引数において，その写像は変わることなく，引数については任意の階層に対して正しい階数の解釈を定式化したとしているからである．同様に，rdf:type, rdfs:subClassOf, owl:intersectionOf, owl:unionOf 等々のプロパティもすべての引数の階層においてその定式化は同一であり，違いを考慮する必要がない．そこで次のメタモデリング基準を設定する．

- 知識ベース中にプロパティを主題や目的語に置くトリプルがなければ，これまでの定式化におけるプロパティの階数は考慮しなくてよい．

この基準は，たとえプロパティが論議の領域 $\mathbb{R}$ にあっても，それ自身について RDFS や OWL での推論はしないということを意味している．一方，本稿では度々定式化を放棄したが，OWL のプロパティそのものを主題や目的語に置くような場合の定式化は，容易ではないといえよう．そして筆者らにはその必要性があるようには思われない．上記メタモデリング基準を満たすようなものを OWL を OWL semiFull と呼ぶことにしよう．OWL semiFull ではプロパティ以外のリソースについては meta-modeling を許すが，プロパティについては meta-modeling を許さない．

還元公理については，ラムジー，ゲーデル，クワイン，ヴィトゲンシュタインなども議論しており，ラッセルは「プリンキピア・マセマティカ」第 2 版において還元公理を放棄するなどしており，本研究においてもさらに議論の余地がある問題である．

6 むすび

RDF 意味論において，クラスに高階の階数を明示的に導入し，語彙領域から論議の領域への写像において，語彙が複数の高階のクラスに写像されることを許して，RDF 意味論を定式化した．そこでは，Russell による可述性原理が用いられた．解釈系が定式化された公理と伴意により，高階のクラスを含む RDF グラフを解釈できれば，その RDF グラフは真である．しかし，実際問題としては，個物（階数 0）が得られないことには具体的な階数は定まらないであろう．本稿の範囲では，主題や目的語にプロパティを有するトリプルについては定式化ができていない．これはプロパティについては meta-modeling を許さないことを意味しており，そのような OWL Full を OWL semiFull と呼ぶ．一方，オントロジー的なメタモデリングについては本報告の範囲で定式化できたと思われる．定式化において可述性原理を徹底することで，論議の領域はきれいに階層化されており，異なる階数のエンティティがまじりあうことはない．このことは階層間の相対的な場面においては，一階述語論理が有効であることが期待できる．階層間の計算を総合して繰り返すことで，OWL semiFull が計算可能かどうか，興味がある問題である．

参考文献

[1] 小出誠二, 武田英明: 集合論と OWL Full, 第 24 回セマンティックウェブとオントロジー研究会, SIG-SWO-A1101-11 (2011)

[2] Tarski, A.: *Introduction to Logic*. Dover (1946/1995). This book is an extended edition of the book of title "On Mathematical logic and Deductive Method," which appeared at 1936 in Polish.

[3] McDermott, D.: Tarskian semantics, or no notation without denotation!, *Cognitive Science*, Vol.2, 277–282 (1978)

[4] Hayes, P., and B. McBride: RDF Semantics. W3C Recommendation, Feb. http://www.w3.org/TR/rdf-mt/ (2004)

[5] Patel-Schneider, P. F., I. Horrocks: OWL Web Ontology Language Semantics and Abstract Syntax Section 3. Direct Model-Theoretic Semantics, http://www.w3.org/TR/owl-semantics/direct.html (2004)

[6] Patel-Schneider, P. F., P. Hayes, I. Horrocks: OWL Web Ontology Language Semantics and Abstract Syntax Section 5. RDF-Compatible Model-Theoretic Semantic, http://www.w3.org/TR/owl-semantics/rdfs.html (2004)

[7] Motik, B., P. F. Patel-Schneider, B. C. Grau: OWL 2 Web Ontology Language Direct Semantics (Second Edition), http://www.w3.org/TR/owl2-direct-semantics/ (2012)

[8] Schneider, M.: OWL 2 Web Ontology Language RDF-Based Semantics (Second Edition), http://www.w3.org/TR/owl2-rdf-based-semantics/ (2012)

[9] Motik, B.: On the Properties of Metamodeling in OWL, Proc. 4th Int. Semantic Web Conf. (ISWC2005), LNCS 3729, pp.548–562, Springer-Verlag (2005)

[10] Motik, B.: On the Properties of Metamodleing in OWL, J. Logic Computation, Vol.17 (4), pp.617–637, doi:10.1093/logcom/exm027 (2007)

[11] Whitehead, A.N., B. Russell: *PRINCIPIA MATHEMATICA*, Vol.1, pp.168, *12, Merchant Books (1910)