論　文　　Technical Paper

# 質問変換に基づく並列サーカムスクリプションの計算手法

# A Computation Method for Parallel Circumscription Based on Equivalent Transformation of Queries

岩沼　宏治[*1]　原尾　政輝[*2]　野口　正一[*3]
Kouji Iwanuma　Masateru Harao　Shoichi Noguchi

＊1　山梨大学工学部電子情報工学科
Dept. of Electrical Eng. and Computer Science, Faculty of Eng., Yamanashi University, Kofu 400, Japan.
＊2　九州工業大学情報工学部知能情報工学科
Dept. of Artificial Intelligence., Faculty of Information Eng., Kyushu Institute of Technology, Iizuka 820, Japan.
＊3　東北大学電気通信研究所
Research Institute of Electrical Communication, Tohoku University, Sendai 980, Japan.

1989年9月13日　受理

**Keywords:** parallel circumscription, query transformation, automated deduction, equivalent transformation.

**Summary**

In this paper, we give a new method for computing parallel circumscription based on an equivalent transformation of queries. Circ $[A\,;\,\Gamma\,;\,\Delta] \models B$ is equivalent to $A \models B$, if $B$ has no negative occurrences of predicates of $\Gamma$ and no occurrences of predicates of $\Delta$. Therefore, if $B$ satisfies these conditions, then the computation of Circ $[A\,;\,\Gamma\,;\,\Delta] \models B$ can be reduced into the first-order computation of $A \models B$. In general, the queries $B$ don't satisfy the above conditions, but, sometimes, they can be transformed into the above computational sentences.

In this paper, we present an equivalent transformation method of queries into the above computational sentences, and formalize it in the form of the resolution. This transformation method replaces a negative occurrence of a minimized predicate with the formula representing its minimal extension. It is similar to the unfolding in logic programming. This transformation method is intuitionally very clear, and can deal with theories consisting of both recursive and non-definite clauses.

## 1. は じ め に

サーカムスクリプション[(1)(3)]は一般に高階論理式として定式化されるが，そのためサーカムスクリプション上での論理式$B$の真偽計算が極めて難しい．これを容易にする手法として，これまではサーカムスクリプション自身を一階論理式[(3)]や論理型プログラム[(2)]へ変換する方法が研究されてきた．一方，質問$B$のほうを変換して計算を容易にする手法も考えられるが，これまではほとんど研究されていない．本論文では，質問の等価変換という新しい手法に基づいた並列サーカムスクリプションの計算手法について考察する．

並列サーカムスクリプション上の真偽計算，すなわちCirc $[A\,;\,\Gamma\,;\,\Delta] \models B$の計算は，もし$B$に$\Gamma$の元が負に出現せず，かつ$\Delta$の元がまったく出現しないならば，$A \models B$の計算に帰着できる[(1)(5)]．制約$A$は一階論理式であるから，この場合の$B$の真偽は一階論理上で計算できる．当然，一般の質問$B$は上の条件を満たさない．しかし，上のような論理式へ等価変換できるものも数多く存在すると考えられる．問題はその具体的な変換方法である．

本論文では以上のような推論処理を可能にするために，並列サーカムスクリプション上での質問の等価変換手法を考察する．われわれは文献(7)で極小定義式を導出し，それが極小化した述語の定義として見なせ

ることを示した．ここで与える変換手法は，質問中の述語を極小定義式へ置き換えるものである．ある種のUnfold 手法[6]であり，サーカムスクリプションの部分計算手法と見なせる．本論文ではサーカムスクリプションの制約式と質問を節集合に限定する．すべての質問が前述の論理式へ変換できるわけではないが，再帰的な節と非確定的な節双方が取り扱え，有用であると思われる．

質問変換に関する研究はまことに少ない．筆者の知る限りでは，Przymusinski の MILO 導出法（MInimal model Linear Ordered resolution）[5] しかない．MILO 導出法は制約式と質問両方を基礎節の集合と仮定して定義されている．Przymusinski は一般の節も扱えるように自然に一般化できると述べているが，実際には容易ではない．すなわち，MILO 導出法の一階理論への自然な一般化は健全とはならない[9]．本手法は一階理論に対して健全である．また，MILO 導出法とは違って等価変換であり，全く違った観点から構成されている．

本論文の構成は以下のとおりである．§**2** で並列サーカムスクリプションの基本的な性質を述べる．§**3** で質問変換について考察する．**3・1** でパラメータがない場合の質問変換について考察する．**3・2** ではパラメータの取扱い手法を考察し，並列サーカムスクリプションの質問の等価変換手法を定式化する．

## 2．並列サーカムスクリプションの性質

以下では一階言語に述語変数 $P, Q, \cdots$ を導入した二階の言語 $L$ [1][3] を考える．関数変数は考えない．述語変数を含まない式を一階の式と呼ぶ．$L$ は関数変数を持たないから，$L$ の項はすべて一階である．以後，論理式や節は特に断らない限り，すべて一階と約束する．$L$ の意味は通常の二階の論理の意味論[1][3]に従って定める．文集合 $S$ のすべてのモデルで文 $A$ が真であることを $S \models A$ と略記し，$S=\phi$ のときに $\models A$ と略記する．また，次の論理式を $\alpha \leqq \beta$ と略記する．

$$\forall x_1 \cdots x_n (\alpha(x_1,\cdots,x_n) \supset \beta(x_1,\cdots,x_n))$$

**【定義 1】** $\Gamma=\{p_1,\cdots,p_m\}$ と $\Delta=\{q_1,\cdots,q_n\}$ を素な述語定数の集合，$A[p_1,\cdots,p_m,q_1,\cdots,q_n]$ を節集合とする．このとき以下の二階の文を並列サーカムスクリプションと呼び，Circ $[A;\Gamma;\Delta]$ と略記する．

$$A \wedge \forall Q_1 \cdots Q_m R_1 \cdots R_n [$$
$$(A[Q_1,\cdots,Q_m,R_1,\cdots,R_n] \wedge$$
$$\wedge_{i=1}^{m}(Q_i \leqq p_i)) \supset \wedge_{i=1}^{m}(p_i \leqq Q_i)] \quad \square$$

Circ $[A;\Gamma;\Delta]$ の $A$ を制約式，$\Gamma$ の元を極小化述語，$\Delta$ の元をパラメータ述語と呼ぶ．$\Delta=\phi$ のときの Circ $[A;\Gamma;\Delta]$ を述語サーカムスクリプションと呼び，Circ $[A;\Gamma]$ と略記する．また適宜 $\Gamma$ と $\Delta$ の元を用いて，Circ $[A;p_1,\cdots,p_m;q_1,\cdots,q_n]$ のように表記する．

**【定義 2】** 言語 $L$ の項に関する単一名仮説（Unique Name Assumption，以下 UNA と略す）を，Clark の等式理論[4]と定める． □

**［補題 1］** $A$ を節集合，$\Gamma$ と $\Delta$ を互いに素な述語定数の有限集合とする．また $B$ を $\Gamma$ の元が負に出現せず，$\Delta$ の元が全く出現しない任意の節集合とする．このとき以下が等価である．

① UNA, Circ $[A;\Gamma;\Delta] \models B$

② UNA, $A \models B$

＜証　明＞　文献 (1) の定理 6.12 を用いれば，文献 (1) の定理 5.6 と全く同様に証明できるため省略する． □

$B$ が補題 1 の条件を満たすとき，UNA, Circ $[A;\Gamma;\Delta] \models B$ の計算は UNA, $A \models B$ の一階計算に帰着できる．当然，一般の $B$ は上の条件を満たさない．しかし，満たすように変換できるものも数多く存在する．問題はその具体的な変換方法である．本論文ではそのための手法として，質問 $B$ に負に出現する極小化述語を以下の極小定義式で置き換えて消去する手法を考察する．

**【定義 3】** $A$ を節集合，$p$ を述語定数とする．このとき $I\text{-simpl}_p(A) \subseteq A$ を，$p$ が正に出現する $A$ 中の節の集合と定める．また $T\text{-simpl}_p(A)$ を $I\text{-simpl}_p(A)$ の補集合，すなわち $(A - I\text{-simpl}_p(A))$ と定める． □

**【定義 4】** $A$ を節集合，$p$ を $n$ 項述語定数，$t_1,\cdots,t_n$ を項とする．このとき $A$ における $p$ の正の出現 $p(s_1,\cdots,s_n)$ すべてを，それぞれ以下の式で置き換える．

$$p(s_1,\cdots,s_n) \wedge (s_1 \neq t_1 \vee \cdots \vee s_n \neq t_n)$$

置き換えた $A$ を $B$ とするとき，$\neg B$ を $p$ の極小定義式と呼び，Def $[A;p;t_1,\cdots,t_n]$ と表記する． □

**［補題 2］** 以下が成り立つ．

$$\text{Circ}[A;\Gamma;\Delta] \models$$
$$\wedge_{p\in\Gamma} \forall (p(x_1,\cdots,x_n) \equiv$$
$$\text{Def}[I\text{-simpl}_p(A);p;x_1,\cdots,x_n])$$

＜証　明＞　文献 (7) の定理 3 の(1)より明らか． □

$B$ を質問，$B'$ を $p \in \Gamma$ の $B$ 中の負の出現 $\neg p(t_1,\cdots,t_n)$ を $\neg$Def $[I\text{-simpl}_p(A);p;t_1,\cdots,t_n]$ で置き換えた式とする．このとき $B$ と $B'$ は，補題 2 より Circ $[A;\Gamma;\Delta]$ 上で等しい．しかし，$p$ の負の出現を単に極小定義式で置き換えても，$p$ の出現はなかなか消去

できない．以下の節集合$A$に対する Circ [$A$ ; even] を考える．

$$\mathrm{even}\,(0),$$
$$\mathrm{even}\,(x) \supset \mathrm{even}\,(\mathrm{suc}^2(x))$$

質問$B$として以下の節からなる節集合を考える．

$$\neg \mathrm{even}\,(\mathrm{suc}\,(0))$$

このとき，Def [$I$−simpl$_{even}(A)$ ; even ; $y$] は

$$[\mathrm{even}\,(0) \supset y=0] \vee$$
$$\exists x\,[\mathrm{even}\,(x) \wedge (\mathrm{even}\,(\mathrm{suc}^2(x)) \supset y=\mathrm{suc}^2(x))]$$

となる．$B'$を$B$の負リテラル¬even (suc (0)) を¬Def [$I$−simpl$_{even}(A)$ ; even ; suc (0))] で置き換えたものとする．$B'$は，$A$を前提とすれば以下と同値である．

$$[\mathrm{suc}\,(0) \neq 0] \wedge$$
$$\forall x\,[\mathrm{even}\,(x) \supset \mathrm{suc}\,(0) \neq \mathrm{suc}^2(x)]$$

$B$と$B'$は Circ [$A$ ; even] の上で等しい．しかし，変換した$B'$にも even が負に出現してしまう．

本論文では，このような極小化述語の再帰的な出現を防ぐために等号に着目する．すなわち UNA を仮定して，(極小定義式中の) 等号をユニフィケーションで置き換えることを考える．このように置き換えた場合，例えば上の$B'$では≠が真となり，$B'$全体が True となる．よって，even の再度の出現を防ぐことができる．一般に等号をユニフィケーションで置き換えると，(ユニフィケーションの失敗により) 幾つかの再帰計算を停止させることができ，それに伴う極小化述語の再帰的な出現も防ぐことができる．以下では，極小定義式を用いた質問変換の，UNA を用いた導出原理風の定式化について考察する．

## 3．質 問 変 換

### 3・1 述語サーカムスクリプション上での質問変換

まず$\Delta=\phi$，すなわち述語サーカムスクリプション Circ [$A$ ; $\Gamma$] 上の質問の等価変換について考察する．最汎単一化作用素 (以下 mgu と略す) 等は通常のように定める．

**【定義5】** $C$を節，$p$を述語定数とする．このとき Lit$_C(p^+)$(Lit$_C(p^-)$) を$C$中の$p$の正 (負) リテラルの集合と定める． □

**【定義6】** $C$と$D$を同じ名前の変数を持たない節，$L=\neg p\,(t_1,\cdots,t_n)$ を$C$の負リテラル，$Ls=\{M_1,\cdots,M_k\}$ を Lit$_D(p^+)$ の空でない部分集合とする．このとき

$$L\,\theta=(\neg M_1)\,\theta=,\cdots,=(\neg M_k)\,\theta$$

なる mgu $\theta$が存在するならば，

$$(C\,\theta-\{L\,\theta\}) \cup (D\,\theta-Ls\,\theta)$$

を，$C$の負リテラル$L$に対して$D$の$Ls$を用いた$C$からの導出節と呼び，Res$_{C,L,D}(Ls)$ と略記する．

また，節集合 Res$_{C,L}(D)$ を {Res$_{C,L,D}(Ls)$ | $Ls \subseteq$ Lit$_D(p^+)$ かつ $Ls \neq \phi$} と定める．さらに$DS$を$C$と同じ名前の変数を持たない節の集合とするとき，節集合 Res$_{C,L}(DS)$ を$\cup_{D\in DS}$Res$_{C,L}(D)$ と定める． □

$D$中に$L$と単一化できる正のリテラルが存在しないとき，Res$_{C,L}(D)=\phi$となることに注意されたい．

〔**例1**〕 以下の節を考える．

$$\mathrm{block}\,(z) \supset \mathrm{rectan}\,(z) \qquad \cdots\cdots D_1$$

また，以下の節集合$DS$を考える．

$$\mathrm{on}\,(x,y) \supset \mathrm{block}\,(x) \vee \mathrm{block}\,(y) \qquad \cdots\cdots D_2$$
$$\mathrm{block}\,(b) \qquad \cdots\cdots D_3$$

$D_1$とその負リテラル $L=\neg$block ($z$) に対して，Res$_{D_1,L}(DS)$ を求める．まず，Res$_{D_1,L}(D_2)$ を求める．Lit$_{D_2}$(block$^+$) の空でない部分集合は以下の三つである．

$$Ls_1=\{\mathrm{block}\,(x),\,\mathrm{block}\,(y)\},$$
$$Ls_2=\{\mathrm{block}\,(x)\},$$
$$Ls_3=\{\mathrm{block}\,(y)\}$$

Res$_{D_1,L,D_2}(Ls_1)$ は以下のようになる．

$$\mathrm{on}\,(z,z) \supset \mathrm{rectan}\,(z) \qquad \cdots\cdots D_4$$

Res$_{D_1,L,D_2}(Ls_2)$ は以下のものとなる．

$$\mathrm{on}\,(z,y) \supset \mathrm{rectan}\,(z) \vee \mathrm{block}\,(y) \qquad \cdots\cdots D_5$$

Res$_{D_1,L,D_2}(Ls)$ は以下のものとなる．

$$\mathrm{on}\,(x,z) \supset \mathrm{block}\,(x) \vee \mathrm{rectan}\,(z) \qquad \cdots\cdots D_6$$

したがって，Res$_{D_1,L}(D_2)=\{D_4,D_5,D_6\}$ である．

次に Res$_{D_1,L}(D_3)$ を求める．Lit$_{D_3}$(block$^+$)={block ($b$)} だから，Res$_{D_1,L}(D_3)$ は，節

$$\mathrm{rectan}\,(b) \qquad \cdots\cdots D_7$$

だけからなる集合である．よって，Res$_{D_1,L}(DS)$ = $\{D_4,D_5,D_6,D_7\}$ である． □

［**補題3**］ $A$を節集合，$C$を節，$L=\neg p\,(t_1,\cdots,t_n)$ を$C$の負リテラルとする．論理式$C'$を，$C$の $L=\neg p\,(t_1,\cdots,t_n)$ を¬Def [$I$−simpl$_p(A)$ ; $p$ ; $t_1,\cdots,t_n$] で置き換えた式とするとき，以下が成り立つ．

$$\mathrm{UNA},\,I\text{−simpl}_p(A) \models$$
$$C' \equiv \mathrm{Res}_{C,L}(I\text{−simpl}_p(A))$$

<証 明> 付録参照． □

以上で$C$中の負リテラル$L$の極小定義式への置換えが，Res$_{C,L}(I$−simpl$_p(A))$ で定式化できた．

(**定理1**) $A$と$B$を節集合，$\Gamma$と$\Delta$を互いに素な述語定数の有限集合とする．また$p$を$p\in\Gamma$なる$n$項述語定数，$C$を$B$中の節，$L=\neg p\,(t_1,\cdots,t_n)$ を$C$の負リテラルとする．このとき節集合$B'$を

$$B'=(B-\{C\}) \cup \mathrm{Res}_{C,L}(I\text{−simpl}_p(A)))$$

とすれば，以下が成り立つ．

UNA, Circ $[A;\Gamma;\Delta]\models B\equiv B'$

＜証　明＞　補題2と3より明らか．　□

定理1の$B$と$B'$は論理的には同値でないことに注意されたい．$C$の $\mathrm{Res}_{C,L}(I\text{-}\mathrm{simpl}_p(A))$ への置換え(以下，$L$の展開と呼ぶ)はある種の Unfold[(6)] と見なせる．

定理1によれば，$\mathrm{Res}_{C,L}(I\text{-}\mathrm{simpl}_p(A))=\phi$の場合，$B$と$B-\{C\}$が等しく，$B$から$C$が削除できる．$\mathrm{Res}_{C,L}(I\text{-}\mathrm{simpl}(A))=\phi$は，正リテラル$\neg L$を真と判定計算しようとして失敗したことを意味し，$B$からの$C$の削除は負リテラル$L$を真，すなわち$C$を真と判定することにほかならない．よって，この展開は論理型プログラムの Negation as Failure[(4)] に対応することに注意されたい．

〔例2〕　以下の節集合$A$に対する Circ [$A$; block, on]を考える．

$\mathrm{on}(x,y)\supset \mathrm{block}(x)\vee \mathrm{block}(y)$　$\cdots\cdots D_2$

$\mathrm{block}(b)$,　$\cdots\cdots D_3$

$\mathrm{on}(a,b)$,　$\cdots\cdots D_8$

$\mathrm{rectan}(b)$

このとき以下の節からなる質問節集合$B$を考える．

$\mathrm{block}(z)\supset \mathrm{rectan}(z)$　$\cdots\cdots D_1$

$D_1$に極小化述語 block が負に出現しているので展開する．$I\text{-}\mathrm{simpl}_{block}(A)=\{D_2, D_3\}$だから，例1より $\mathrm{Res}_{D_1,\neg block(z)}(I\text{-}\mathrm{simpl}_{block}(A))=\{D_4, D_5, D_6, D_7\}$となる．よって，$B$は以下のように変換される．

$\mathrm{on}(z,z)\supset \mathrm{rectan}(z)$　$\cdots\cdots D_4$

$\mathrm{on}(z,y)\supset \mathrm{rectan}(z)\vee \mathrm{block}(y)$　$\cdots\cdots D_5$

$\mathrm{on}(x,z)\supset \mathrm{block}(x)\vee \mathrm{rectan}(z)$　$\cdots\cdots D_6$

$\mathrm{rectan}(b)$　$\cdots\cdots D_7$

$D_4$, $D_5$, $D_6$の極小化述語 on をさらに展開する．$D_4$の$\neg\mathrm{on}(z,z)$は$D_8(\in I\text{-}\mathrm{simpl}_{on}(A))$と単一化できないので削除される．最終的に$B$は以下のように変換される．

$\mathrm{rectan}(a)\vee \mathrm{block}(b)$

$\mathrm{block}(a)\vee \mathrm{rectan}(b)$

$\mathrm{rectan}(b)$

上の節集合を$B'$とするとき，定理1より，UNA, Circ [$A$; block, on] $\models B\equiv B'$である．また，$B'$には極小化述語が負に出現しないので，UNA, Circ [$A$; block, on] $\models B'$と UNA, $A\models B'$は等価である．明らかに UNA, $A\models B'$だから．

UNA, Circ [$A$; block, on] $\models B$　□

〔例3〕　以下の節集合$A$に対する Circ [$A$; path, arc]を考える．

$\mathrm{arc}(x,y)\supset \mathrm{path}(x,y)$,　$\cdots\cdots D_9$

$\mathrm{arc}(x,y)\wedge \mathrm{path}(y,z)\supset \mathrm{path}(x,z)$,　$\cdots\cdots D_{10}$

$\mathrm{arc}(a,b)$,　$\cdots\cdots D_{11}$

$\mathrm{arc}(b,c)$　$\cdots\cdots D_{12}$

このとき，以下の節からなる質問節集合$B$を考える．

$\neg\mathrm{path}(w,w)$

極小化述語 path が負に出現しているので，$D_9$と$D_{10}$を用いて展開する．$B$は以下のように等価変換される．

$\neg\mathrm{arc}(w,w)$,　$\cdots\cdots D_{13}$

$\neg\mathrm{arc}(w,y)\vee\neg\mathrm{path}(y,w)$　$\cdots\cdots D_{14}$

次に$D$の負リテラル$\neg\mathrm{arc}(w,w)$を展開する．$\mathrm{arc}(w,w)$は$\mathrm{arc}(a,b)$, $\mathrm{arc}(b,c)$どちらとも単一化できない．よって，$D_{13}$は削除される．$B$は以下のようになる．

$\neg\mathrm{arc}(w,y)\vee\neg\mathrm{path}(y,w)$　$\cdots\cdots D_{14}$

$D_{14}$には arc と path がともに負に出現している．ここでは arc を先に展開する．$B$は以下の節集合に変換される．

$\neg\mathrm{path}(b,a)$,

$\neg\mathrm{path}(c,b)$

以下同様にして変換を施すと，最終的に$B$は節の空集合$\phi$(空節ではない)に等価変換される．$\phi$は恒真式 True と同じだから，明らかに$A$上で$B$は真である．よって

UNA, Circ [$A$; path, arc] $\models B$　□

一般に変換すべき節集合$B$には極小化述語が複数出現する．よって，可能な変換も複数存在し，一意には定まらない．このため変換の戦略が問題となる．極小化述語が負に出現しない節集合(以下，正規化節集合と略)に本来変換できる質問$B$も，不適当な変換戦略を用いると変換できなくなる．例えば，例3の節$D_{14}$の変換において path を先に展開し，その後も path の展開を続けていくと，展開は無限に続き，空集合を得ることはできない(path の展開では変数への定数の束縛が生じないことに注意)．よって，正規化節集合に変換できる質問$B$を，必ずそのように変換する戦略，すなわちある種の正規化戦略を明らかにすることが極めて重要となる．この正規化戦略は，本変換手法と論理型プログラムの否定計算との関連を考察することによって明らかにできる．結果を述べると，ある種の公平な戦略が本変換の正規化戦略となることが示せる．詳細は省略する．文献(10)を参照されたい．

### 3・2　並列サーカムスクリプション上での質問変換

Circ [$A$; $\Gamma$; $\Delta$] 上での質問変換を考える．ただし，本論文では質問$B$に出現する$\Delta$の元を直接消去する手

法は考察しない．$B$に$\Delta$の元が出現しない場合でも，前節の手法をそのまま適用すると，変換された$B$には$\Delta$の元が出現することがある．以下それを防ぐ手法を考察する．

〔**例4**〕 以下の節集合$A$に対するCirc [$A$ ; heavy, on ; block] を考える．block はパラメータである．

$$\mathrm{on}(x, y) \supset \mathrm{block}(x) \vee \mathrm{block}(y) \quad \cdots\cdots D_{15}$$
$$\mathrm{block}(b), \quad \cdots\cdots D_{16}$$
$$\mathrm{on}(a, b), \quad \cdots\cdots D_{17}$$
$$\mathrm{rectan}(b), \quad \cdots\cdots D_{18}$$
$$\mathrm{block}(z) \supset \mathrm{heavy}(z) \quad \cdots\cdots D_{19}$$
$$\neg \mathrm{block}(c) \quad \cdots\cdots D_{20}$$

以下の節からなる質問節集合$B$を考える．

$$\mathrm{heavy}(w) \supset \mathrm{rectan}(w) \quad \cdots\cdots D_{21}$$

heavy が負に出現しているので展開する．$B$は

$$\mathrm{block}(w) \supset \mathrm{rectan}(w)$$

と変換される．上式にはパラメータ block が出現するので，$A$上で真偽判定を行うことはできない． □

例4の heavy の展開はパラメータ block が出現する極小定義式を用いての置換えに相当する．質問$B$にパラメータが出現しないとき，変換された$B$にもパラメータを出現させないためには，パラメータが出現しない極小定義式での置換えを考えればよい．そのためには，もとの制約を書き換えてパラメータを消去すればよい．制約中のパラメータ消去には文献(8)の手法が適用でき，結果として以下の補題4が成り立つ．

【**定義7**】 節$C$が$p$に関して正(負)に確定的とは，$C$に$p$の正(負)のリテラルがただ一つ存在する場合をいう．節集合$A$が$p$に関して正(負)に確定的とは，$A$の各節に$p$の正(負)のリテラルがたかだか一つしか存在しない場合である．節集合$A$が$p$に関して非再帰的とは，$A$の各節に$p$の正と負両方のリテラルが同時に存在しない場合をいう． □

【**定義8**】 $A$を節集合，$p$を述語定数とする．このとき$U\text{-simpl}_p(A) \subseteq A$を，$p$が負に出現する$A$中の節の集合と定める．また$F\text{-simpl}_p(A)$を$U\text{-simpl}_p(A)$の補集合，すなわち集合$(A - F\text{-simpl}_p(A))$と定める． □

【**定義9**】 $A$を節集合，$p$を$n$項述語定数，$t_1, \cdots, t_n$を項とする．このとき

① $I\text{-simpl}_p(A)$の$p$の正の出現$p(s_1, \cdots, s_n)$すべてを，それぞれ$s_1 \neq t_1 \vee \cdots \vee s_n \neq t_n$で置き換える．置き換えた$I\text{-simpl}_p(A)$を$B$とするとき，$\neg B$を Pd [$A$ ; $p$ ; $t_1, \cdots, t_n$] と略記する．

② $U\text{-simpl}_p(A)$の$p$の負の出現$\neg p(s_1, \cdots, s_n)$すべてを，それぞれ$s_1 \neq t_1 \vee \cdots \vee s_n \neq t_n$で置き換える．置換えを施した$U\text{-simpl}_p(A)$を Nd [$A$ ; $p$ ; $t_1, \cdots, t_n$] と略記する． □

【**定義10**】 $p$を$n$項述語定数，$B[x_1, \cdots, x_n]$を論理式とする．論理式$A$中の$p$の出現$p(t_1, \cdots, t_n)$すべてを，それぞれ$B[t_1, \cdots, t_n]$で置き換える操作を$\Theta_{p/B[x_1, \cdots, x_n]}$と表記し，置き換えた結果を$A\Theta_{p/B[x_1, \cdots, x_n]}$と略記する．ただし，変数の混乱を避けるために，必要ならば$B[x_1, \cdots, x_n]$中の束縛変数を適宜付け換える． □

［**補題4**］ $q$を$q \in \Delta$とするとき，以下が成り立つ．

① $A$が$q$に関して正に確定的ならば，

$$\mathrm{UNA} \models \mathrm{Circ}[A\,;\,\Gamma\,;\,\Delta] \equiv A \wedge \mathrm{Circ}[A\Theta_{q/Pd[A;q;x_1,\cdots,x_n]}\,;\,\Gamma\,;\,\Delta]$$

② $A$が$q$に関して負に確定的ならば，

$$\mathrm{UNA} \models \mathrm{Circ}[A\,;\,\Gamma\,;\,\Delta] \equiv A \wedge \mathrm{Circ}[A\Theta_{q/Nd[A;q;x_1,\cdots,x_n]}\,;\,\Gamma\,;\,\Delta]$$

＜証　明＞ 付録参照． □

$A$が$q$に関して非再帰的な場合，Pd [$A$ ; $q$ ; $t_1, \cdots, t_n$] と Nd [$A$ ; $q$ ; $t_1, \cdots, t_n$] には$q$が出現しないので，$A\Theta_{q/Pd[A;q;x_1,\cdots,x_n]}$と$A\Theta_{q/Nd[A;q;x_1,\cdots,x_n]}$にも$q$が出現しない．よって，制約$A$が$q \in \Delta$に関して非再帰的，かつ正または負に確定的ならば，補題4より，$A$は$q$が出現しない式に置き換えることができる．さらにこのとき，上の二つの式は次のように簡約できる．

［**補題5**］ 以下が成り立つ．

① $A$が$p$に関して非再帰的かつ正に確定的ならば，

$$\models A\Theta_{p/Pd[A;p;x_1,\cdots,x_n]} \equiv T\text{-simpl}_p(A)\Theta_{p/Pd[A;p;x_1,\cdots,x_n]}$$

② $A$が$p$に関して非再帰的かつ負に確定的ならば，

$$\models A\Theta_{p/Nd[A;p;x_1,\cdots,x_n]} \equiv F\text{-simpl}_p(A)\Theta_{p/Nd[A;p;x_1,\cdots,x_n]}$$

＜証　明＞ 付録参照． □

以下，$T\text{-simpl}_p(A)$と$F\text{-simpl}_p(A)$に対する上述の置換えを，UNA を用いて導出原理風に定式化する．

【**定義11**】 $C$を節，$p$を述語定数とする．

① $\mathrm{Lit}_C(p^-) = \{L_1, \cdots, L_n\}(n \geqq 1)$と仮定し，$p$に関して正に確定的な$n$個の節$D_1, \cdots, D_n$を考える．このとき$C$の$p$の負リテラル$L_1, \cdots, L_n$に対して，それぞれ$D_1, \cdots, D_n$を用いる並列導出節

$$P\text{-Res}_{C,p^-}(<L_1, D_1>, \cdots, <L_n, D_n>)$$

を以下のように定める．まず$D_1, \cdots, D_n$の変数を，$C$および$D_1, \cdots, D_n$が互いに同じ名前の変数を持たないように適当に付け換える．付け換えた節を

$D_1', \cdots, D_n'$とする．$D_1', \cdots, D_n'$のそれぞれの唯一の$p$の正リテラルを$M_1, \cdots, M_n$とするとき，

$L_1\theta=(\neg M_1)\theta, \cdots, L_n\theta=(\neg M_n)\theta$

なるmgu $\theta$が存在するならば，節

$(C\theta-\mathrm{Lit}_C(p^-)\theta)\cup\bigcup_{i=1}^{n}(D_i'\theta-\{M_i\theta\})$

を$P\text{-}\mathrm{Res}_{C,p}(<L_1, D_1>, \cdots, <L_n, D_n>)$と定める．

② $DS$を$p$に関して正に確定的な節集合とするとき，節集合$P\text{-}\mathrm{Res}_{C,p}(DS)$を，$\{P\text{-}\mathrm{Res}_{C,p^-}(<L_1, D_1>, \cdots, <L_n, D_n>) \mid D_1, \cdots, D_n \in DS\}$と定める．特に$C$に$p$の負リテラルが存在しない場合は，便宜上，$P\text{-}\mathrm{Res}_{C,p^-}(DS)=\{C\}$と定める．

③ $C$の$p$の正リテラル$L_1, \cdots, L_n$に対して$D_1, \cdots, D_n$を用いる並列導出節$P\text{-}\mathrm{Res}_{C,p^+}(<L_1, D_1>, \cdots, <L_n, D_n>)$，および節集合$P\text{-}\mathrm{Res}_{C,p^+}(DS)$を，①と②の双対として定める．すなわち①と②の$p^-$を$p^+$，正(負)を負(正)へ読み換えたものとして定義する． □

**【定義12】** $A$を$p$に関して正に確定的な節集合とするとき，以下の節集合をRed$[A; p^-]$と略記する．

$\bigcup_{C\in T\text{-}simpl_p(A)} P\text{-}\mathrm{Res}_{C,p^-}(I\text{-}\mathrm{simpl}_p(A))$

また$A$を$p$に関して負に確定的な節集合とするとき，以下の節集合をRed$[A; p^+]$と略記する．

$\bigcup_{C\in F\text{-}simpl_p(A)} P\text{-}\mathrm{Res}_{C,p^+}(U\text{-}\mathrm{simpl}_p(A))$ □

**［補題6］** 以下が成り立つ．

① $A$が$p$に関して正に確定的ならば，

$\mathrm{UNA}\models\mathrm{Red}[A; p^-]\equiv$

$T\text{-}\mathrm{simpl}_p(A)\Theta_{p/Pd[A;p;x_1,\cdots,x_n]}$

② $A$が$p$に関して負に確定的ならば，

$\mathrm{UNA}\models\mathrm{Red}[A; p^+]\equiv$

$F\text{-}\mathrm{simpl}_p(A)\Theta_{p/Nd[A;p;x_1,\cdots,x_n]}$

**＜証　明＞** 補題3と同様に証明できる．省略． □

**（定理2）** $q$を$q\in\Delta$とするとき以下が成り立つ．

① $A$が$q$に関して非再帰的かつ正に確定的ならば，

$\mathrm{UNA}\models\mathrm{Circ}[A; \Gamma; \Delta]\equiv$

$A\wedge\mathrm{Circ}[\mathrm{Red}[A; q^-]; \Gamma; \Delta]$

② $A$が$q$に関して非再帰的かつ負に確定的ならば，

$\mathrm{UNA}\models\mathrm{Circ}[A; \Gamma; \Delta]\equiv$

$A\wedge\mathrm{Circ}[\mathrm{Red}[A; q^+]; \Gamma; \Delta]$

**＜証　明＞** $S$を$\Gamma$と$\Delta$の元が出現しない文集合，$A$と$B$を$S\models A\equiv B$なる文とするとき，明らかに

$S\models\mathrm{Circ}[A; \Gamma; \Delta]\equiv\mathrm{Circ}[B; \Gamma; \Delta]$

よって，UNAに$\Gamma$と$\Delta$の元が出現しないことに注意すれば，補題4, 5, 6より明らか． □

以上で制約式$A$におけるパラメータ$q$の消去が，Red$[A; q]$とRed$[A; \mathrm{q}]$で定式化できた．

**〔例5〕** 例4の$A$はblockに関して負に確定的であるから，Red$[A; \mathrm{block}^+]$が定義できる．以下これを求める．$F\text{-}\mathrm{simpl}_{block}(A)$は以下の節集合である．

on$(x, y)\supset$block$(x)\vee$block$(y)$, ……$D_{15}$

block$(b)$, ……$D_{16}$

on$(a, b)$, ……$D_{17}$

rectan$(b)$, ……$D_{18}$

また$U\text{-}\mathrm{simpl}_{block}(A)$は以下の節集合である．

block$(z)\supset$heavy$(z)$ ……$D_{19}$

$\neg$block$(c)$ ……$D_{20}$

まず$D_{15}$に対する$P\text{-}\mathrm{Res}_{D_{15},block^+}(U\text{-}\mathrm{simpl}_{block}(A))$を求める．$D_{15}$のblockの正のリテラルは$L_1=$block$(x)$, $L_2=$block$(y)$の二つである．そこで$L_1$, $L_2$と$D_{19}$, $D_{20}$の四つの組合せを考える．まず$P\text{-}\mathrm{Res}_{D_{15},block^+}(<L_1, D_{19}>, <L_2, D_{19}>)$は以下のものとなる．

on$(x, y)\supset$heavy$(x)\vee$heavy$(y)$ ……$D_{22}$

$P\text{-}\mathrm{Res}_{D_{15},block^+}(<L_1, D_{19}>, <L_2, D_{20}>)$は

on$(x, c)\supset$heavy$(x)$ ……$D_{23}$

$P\text{-}\mathrm{Res}_{D_{15},block^+}(<L_1, D_{20}>, <L_2, D_{19}>)$は

on$(c, y)\supset$heavy$(y)$ ……$D_{24}$

$P\text{-}\mathrm{Res}_{D_{15},block^+}(<L_1, D_{20}>, <L_2, D_{20}>)$は

$\neg$on$(c, c)$ ……$D_{25}$

したがって，$P\text{-}\mathrm{Res}_{D_{15},block^+}(U\text{-}\mathrm{simpl}_{block}(A))=\{D_{22}, D_{23}, D_{24}, D_{25}\}$となる．

次に$D_{16}$に対する$P\text{-}\mathrm{Res}_{D_{16},block^+}(U\text{-}\mathrm{simpl}_{block}(A))$を求める．$P\text{-}\mathrm{Res}_{D_{16},block^+}(<\mathrm{block}(b), D_{19}>)$は

heavy$(b)$ ……$D_{26}$

となる．block$(b)$とblock$(c)$は単一化できないので，$P\text{-}\mathrm{Res}_{D_{16},block^+}(<\mathrm{block}(b), D_{20}>)$は定義されない．よって，$P\text{-}\mathrm{Res}_{D_{16},block^+}(U\text{-}\mathrm{simpl}_{block}(A))=\{D_{26}\}$.

また，$D_{17}$にはblockが出現しないので，$P\text{-}\mathrm{Res}_{D_{17},block^+}(U\text{-}\mathrm{simpl}_{block}(A))=\{D_{17}\}$であり，$D_{18}$も同様である．以上からRed$[A; \mathrm{block}^+]=\{D_{22}, D_{23}, D_{24}, D_{25}, D_{26}, D_{17}, D_{18}\}$である． □

以上から，以下の質問変換アルゴリズムが構成できる．

**《質問変換アルゴリズム$U$》**

**Input**　Circ$[A; \Gamma; \Delta]$と質問節集合$B$

**Output**　節集合　$TB$

**step1：**　$TA:=A$, $TB:=B$

**step2：**　$TB$に$\Gamma$の元が負に出現しないとき

① $TB$に$\Delta$が元の出現しないならばsuccessし，$TB$を出力する．

② 出現するならば，fail する．

step3： $TB$ 中に負に出現する $\Gamma$ の元の $p$ と，$p$ が負に出現する $TB$ の節 $C$，その $C$ 中の $p$ の負リテラル $L=\neg p(t_1,\cdots,t_n)$ を一つ選ぶ．

step4： $I$−simpl$_p(TA)$ に $\Delta$ の元が出現しないならば，step6 に飛ぶ．

step5： $I$−simpl$_p(TA)$ に出現する $q\in\Delta$ を一つ選ぶ．

① $TA$ が $q$ に関して非再帰的でないか，または正と負どちらにも確定的でない場合，fail する．

② さもなくば，$TA$ が $q$ に関して正に確定的ならば(a)で，負に確定的ならば(b)で $TA$ を更新する．

(a) $TA:=\mathrm{Red}[TA;q^-]$

(b) $TA:=\mathrm{Red}[TA;q^+]$

③ step4 に戻る．

step6： 以下のように $TB$ を更新し，step2 に戻る．

$$TB:=(TB-\{C\})\cup \mathrm{Res}_{C,L}(I\text{-simpl}_p(TA))$$

□

アルゴリズム $U$ は $TB$ に出現する $\Delta$ の元を直接消去することはできない．また，アルゴリズム全体の停止性も保証されていない．

**［補題 7］** アルゴリズム $U$ に，$\mathrm{Circ}[A;\Gamma;\Delta]$ と $B$ を入力したときの計算過程に現れる任意の $TA$ に対して以下が成り立つ．

$$\mathrm{UNA}\models\mathrm{Circ}[A;\Gamma;\Delta]\supset\mathrm{Circ}[TA;\Gamma;\Delta]$$

**＜証　明＞** step5 に入った時点での $TA$ を $E$，更新された $TA$ を $E'$ とするとき，以下を示せば十分．

$$\mathrm{UNA}\models\mathrm{Circ}[E;\Gamma;\Delta]\supset\mathrm{Circ}[E';\Gamma;\Delta]$$

定理 2 より，$\mathrm{UNA}\models\mathrm{Circ}[E;\Gamma;\Delta]\equiv E\wedge\mathrm{Circ}[E';\Gamma;\Delta]$ が成り立つから，これは明らか． □

**（定理 3）** アルゴリズム $U$ に，$\mathrm{Circ}[A;\Gamma;\Delta]$ と $B$ を入力したときの計算過程に現れる任意の $TB$ に対して以下が成り立つ．

$$\mathrm{UNA},\mathrm{Circ}[A;\Gamma;\Delta]\models B\equiv TB$$

**＜証　明＞** step6 が等価変換であることを示せば十分．step6 で使用する $TA$ に対して，補題 7 より

$$\mathrm{UNA}\models\mathrm{Circ}[A;\Gamma;\Delta]\supset\mathrm{Circ}[TA;\Gamma;\Delta]$$

また，step6 に入った時点での $TB$ を $F$，更新された $TB$ を $F'$ とするとき，定理 1 より

$$\mathrm{UNA},\mathrm{Circ}[TA;\Gamma;\Delta]\models F\equiv F'$$

よって，以下が明らかに成り立つ．

$$\mathrm{UNA},\mathrm{Circ}[A;\Gamma;\Delta]\models F\equiv F'$$ □

**〔例 6〕** 例 4 の $\mathrm{Circ}[A;\mathrm{heavy},\mathrm{on};\mathrm{block}]$ と質問節集合 $B$ に対して，アルゴリズム $U$ を適用する．$B$ には極小化述語 heavy が負に出現する．$I$−simpl$_{heavy}(A)=\{D_{19}\}$ にはパラメータ block が出現するので，step5 に進む．$TA$ は block に関して非再帰的かつ負に確定的であるから，$\mathrm{Red}[TA;\mathrm{block}^+]$ で更新する．例 5 より，$TA$ は以下のようになる．

$\mathrm{on}(x,y)\supset\mathrm{heavy}(x)\vee\mathrm{heavy}(y)$, ……$D_{22}$
$\mathrm{on}(x,c)\supset\mathrm{heavy}(x)$, ……$D_{23}$
$\mathrm{on}(c,y)\supset\mathrm{heavy}(y)$, ……$D_{24}$
$\neg\mathrm{on}(c,c)$, ……$D_{25}$
$\mathrm{heavy}(b)$, ……$D_{26}$
$\mathrm{on}(a,b)$, ……$D_{17}$
$\mathrm{rectan}(b)$ ……$D_{18}$

新しい $TA$ にはパラメータ block が出現しない．よって，step6 に進み，この $TA$ 上で $TB$ を更新する．$TB$ は

$\mathrm{on}(x,x)\supset\mathrm{rectan}(x)$, ……$D_{27}$
$\mathrm{on}(x,y)\supset\mathrm{rectan}(x)\vee\mathrm{heavy}(y)$,
$\mathrm{on}(x,y)\supset\mathrm{heavy}(x)\vee\mathrm{rectan}(y)$,
$\mathrm{on}(x,c)\supset\mathrm{rectan}(x)$, ……$D_{28}$
$\mathrm{on}(c,y)\supset\mathrm{rectan}(y)$, ……$D_{29}$
$\mathrm{rectan}(b)$

さらに，on の負リテラルを展開すると，$D_{27}$, $D_{28}$, $D_{29}$ が消去される．最終的に $TB$ は以下のようになる．

$\mathrm{rectan}(a)\vee\mathrm{heavy}(b)$,
$\mathrm{heavy}(a)\vee\mathrm{rectan}(b)$,
$\mathrm{rectan}(b)$,

上の $TB$ を $B'$ とするとき，$\mathrm{UNA}$，$\mathrm{Circ}[A;\mathrm{heavy},\mathrm{on};\mathrm{block}]\models B\equiv B'$ である．$B'$ は補題 1 の条件を満たし，また $\mathrm{UNA}$, $A\models B'$ である．よって

$$\mathrm{UNA},\mathrm{Circ}[A;\mathrm{heavy},\mathrm{on};\mathrm{block}]\models B$$ □

## 5．む　す　び

本論文では，質問の等価変換という新しい手法に基づいた並列サーカムスクリプションの計算手法を示した．サーカムスクリプション自身の変換による計算手法との比較は紙面の都合上省略した．大ざっぱに言って，サーカムスクリプションを一階論理式へ変換する手法(3)では，再帰的な節が取り扱えない．また，論理型プログラムへ変換する手法(2)では，非確定的な節が取り扱えない．本手法では，両方が統一的に取り扱え有用である．特に，述語サーカムスクリプションの計算手法としてはかなり強力である．欠点としてヨ記号や，パラメータそのものに関する質問，優先順位の取扱いが難しい点があげられる．

質問に出現するパラメータを直接消去する手法は今後の課題である．また，本質問変換では変換戦略が極めて重要となる．これも紙面の都合上，議論できなかった．詳細は文献(10)を参照されたい．

**謝　　辞**

山形大学情報工学科，および東北大学野口研究室の皆さんに感謝いたします．

## ◇参考文献◇

( 1 ) Etherington, D. : *Reasoning with Incomplete Information,* Pitman Pub. (1988).
( 2 ) Gelfond, M. and Lifschitz, V. : Compiling Circumscriptive Theoreies into Logic Programs, *Lect. Notes in Artif. Intell.* 346, pp. 74-99 (1988).
( 3 ) Lifschitz, V. : Computing Circumscription, *IJCAI '85,* pp. 121-127 (1985).
( 4 ) Lloyd, J. : *Foundations of Logic Programming,* Springer-Verlag (1984).
( 5 ) Przymusinski, T. : An Algorithm to Compute Circumscription, *Artif. Intell.*, Vol. 38, pp. 49-73 (1989).
( 6 ) Tamaki, H. and Sato, T. : Unfold/fold Transformation of Logic Programs, *Proc. 2nd Inter. Logic Programming Conf.*, pp. 127-138 (1984).
( 7 ) 岩沼，原尾：点別サーカムスクリプションに基づく孤立式の一般化，人工知能学会誌，Vol. 4, No. 5, pp. 556-565 (1989).
( 8 ) 岩沼，原尾：並列サーカムスクリプションのパラメーター消去手法，人工知能学会誌，Vol. 5, No. 3, pp. 324-332 (1990).
( 9 ) 岩沼，原尾，野口：質問変換に基づく並列サーカムスクリプションの計算手法，信学技法，COMP 89-42 (1989).
(10) 岩沼，原尾，野口：述語サーカムスクリプションにおける質問変換の正規化戦略，人工知能学会誌，Vol. 5, No. 5, pp. 617-626 (1990).

〔担当編集委員・査読者：中川裕志〕

## ◇付　　録◇

以下，論理式$A$の全称閉包式と存在閉包式を$\forall A$，$\exists A$と略記する．

**【定義 13】** 代入$\theta=\{x_1/t_1,\cdots,x_n/t_n\}$に対して，論理式$x_1=t_1\wedge\cdots\wedge x_n=t_n$を，$\mathrm{Eq}(\theta)$で表す．□

**《命題 1》** $\theta$を代入するとき，以下が成り立つ．

$$\mathrm{UNA}\models\forall(\mathrm{Eq}(\theta)\supset A)\equiv\forall(A\theta)\quad\square$$

**[補題 8]**(4) 原子式$p(s_1,\cdots,s_n)$と$p(t^1{}_1,\cdots,t^1{}_n),\cdots,p(t^m{}_1,\cdots,t^m{}_n)$の単一化に関して，

$$p(s_1,\cdots,s_n)\theta=p(t^1{}_1,\cdots,t^1{}_n)\theta=,\cdots,=p(t^m{}_1,\cdots,t^m{}_n)\theta$$

なる mgu $\theta$が存在するならば，以下が成り立つ．

$$\mathrm{UNA}\models\forall[(\wedge^m_{i=1}(\wedge^n_{j=1}s_j=t^i{}_j))\equiv\mathrm{Eq}(\theta)]$$

また，単一化不可能ならば，以下が成り立つ．

$$\mathrm{UNA}\models\neg\exists(\wedge^m_{i=1}(\wedge^n_{j=1}s_j=t^i{}_j))\quad\square$$

$L$をリテラル，$S=\{M_1,\cdots,M_n\}$をリテラルの集合とするとき，$L$と$S$の mgu $\theta$を$L\theta=M_1\theta=,\cdots,=M_n\theta$なる mgu $\theta$と定める．$L$と$S$が mgu を持つとき，空でない部分集合$S'\subseteq S$も$L$と mgu を持つ．

**＜補題 3 の証明＞** 議論の簡単化のため，$p$は 1 項述語定数，$C$は$\forall x(p(t)\supset B)$の形をなし，さらに$C$と$A$には同じ変数が出現しないと仮定する．

(1) $I\text{-}\mathrm{simpl}_p(A)=\phi$の場合を考える．このとき$\mathrm{Res}_{C,L}((I\text{-}\mathrm{simpl}_p(A))=\phi$となり，恒真式 True と同じである．定義より$\neg\mathrm{Def}[I\text{-}\mathrm{simpl}_p(A);p;t]$も True だから，$C'$も True である．

(2) $I\text{-}\mathrm{simpl}_p(A)\neq\phi$の場合を考える．議論の簡略化のため，$I\text{-}\mathrm{simpl}_p(A)=E_1\wedge E_2$，かつ$E_1$, $E_2$が以下の形をなすと仮定する．ただし，$F_1$, $F_2$は$p$が負に出現しない式である．

$$E_1\ ;\ \forall y(F_1\supset p(s_1)\vee p(s_2))$$

$$E_2\ ;\ \forall z(F_2\supset p(u_1)\vee p(u_2))$$

まず，$\mathrm{Res}_{C,L}(I\text{-}\mathrm{simpl}_p(A))$を求める．議論の簡略化のため，$p(t)$と$\mathrm{Lit}_{E_j}(p^+)(j=1,2)$の空でない部分集合との単一化に以下の仮定を置く．

(a) $p(t)$と$\mathrm{Lit}_{E_1}(p^+)$が mgu $\theta_{10}$を持つ．

(b) $p(t)$は$\{p(u_1)\}$と mgu $\theta_2$を持ち，その他の$\mathrm{Ls}\subseteq\mathrm{Lit}_{E_2}(p^+)$とは mgu を持たない．

以上の仮定の下では，$\mathrm{Lit}_{E_1}(p^+)$ の部分集合 $\{p(s_1)\}$ と $\{p(s_2)\}$ は $p(t)$ とある mgu $\theta_{11}$，$\theta_{12}$ を持つ．また $\mathrm{Res}_{C,\neg p(t),E_2}(\{p(u_2)\})$ と $\mathrm{Res}_{C,\neg p(t),E_2}(\{p(u_1), p(u_2)\})$ は定義されないことに注意すれば，$\mathrm{Res}_{C,L}(I\text{-}\mathrm{simpl}_p(A))$ は以下の論理式となる．

$\forall((F_1 \supset B)\,\theta_{10})\wedge$ ……①
$\forall((F_1 \supset p(s_2)\vee B)\,\theta_{11})\wedge$
$\forall((F_1 \supset p(s_1)\vee B)\,\theta_{12})\wedge$
$\forall((F_2 \supset p(u_2)\vee B)\,\theta_2)$

次に $C'$ を求める．Def $[I\text{-}\mathrm{simpl}_p(A)\,;p\,;t]$ は

$\exists y\,[F_1\wedge(p(s_1)\supset t=s_1)\wedge(p(s_2)\supset t=s_2)]\vee$ ……②
$\exists z\,[F_2\wedge(p(u_1)\supset t=u_1)\wedge(p(u_2)\supset t=u_2)]\vee$ ……③

となる．部分式②は次の式と同値である．

$\exists y\,(F_1\wedge t=s_1\wedge t=s_2)\vee$
$\exists y\,(F_1\wedge t=s_1\wedge \neg p(s_2))\vee$
$\exists y\,(F_1\wedge \neg p(s_1)\wedge t=s_2)\vee$
$\exists y\,(F_1\wedge \neg p(s_1)\wedge \neg p(s_2))$

よって，以下が明らかに成り立つ．

$I\text{-}\mathrm{simpl}_p(A)\models$ ② $\equiv(\exists y\,(F_1\wedge t=s_1\wedge t=s_2)\vee$
$\exists y\,(F_1\wedge t=s_1\wedge\neg p(s_2))\vee$
$\exists y\,(F_1\wedge\neg p(s_1)\wedge t=s_2))$

したがって，単一化の仮定(a)を考慮すれば，補題8より

UNA，$I\text{-}\mathrm{simpl}_p(A)\models$ ② $\equiv(\exists y\,(F_1\wedge \mathrm{Eq}(\theta_{10}))\vee$
$\exists y\,(F_1\wedge\mathrm{Eq}(\theta_{11})\wedge\neg p(s_2))\vee$
$\exists y\,(F_1\wedge\neg p(s_1)\wedge\mathrm{Eq}(\theta)))$

同様にして部分式③に対して，まず以下が成り立つ．

$I\text{-}\mathrm{simpl}_p(A)\models$ ③ $\equiv(\exists z\,(F_2\wedge t=u_1\wedge t=u_2)\vee$
$\exists z\,(F_2\wedge t=u_1\wedge\neg p(u_2))\vee$
$\exists z\,(F_2\wedge\neg p(u_1)\wedge t=u_2))$

よって，単一化の仮定(b)を考慮すれば，補題8より

UNA，$I\text{-}\mathrm{simpl}_p(A)\models$ ③ $\equiv\exists z\,(F_2\wedge\mathrm{Eq}(\theta_2)\wedge\neg p(u_2))$

$C'$ は $\forall x$ (② $\vee$ ③ $\supset B$) であるから，以下の式

$\forall x\,([\exists y\,(F_1\wedge\mathrm{Eq}(\theta_{10}))\vee$
$\exists y\,(F_1\wedge\mathrm{Eq}(\theta_{11})\wedge\neg p(s_2))\vee$
$\exists y\,(F_1\wedge\neg p(s_1)\wedge\mathrm{Eq}(\theta_{12}))\vee$
$\exists z\,(F_2\wedge\mathrm{Eq}(\theta_2)\wedge\neg p(u_2))]\supset B)$

を④と置けば，以下が成り立つ．

UNA，$I\text{-}\mathrm{simpl}_p(A)\models C'\equiv$ ④

④は明らかに以下の式と同値である．

$\forall xy\,(\mathrm{Eq}(\theta_{10})\supset\neg F_1\vee B)\wedge$
$\forall xy\,(\mathrm{Eq}(\theta_{11})\supset\neg F_1\vee p(s_2)\vee B)\wedge$
$\forall xy\,(\mathrm{Eq}(\theta_{12})\supset\neg F_1\vee p(s_1)\vee B)\wedge$
$\forall xz\,(\mathrm{Eq}(\theta_2)\supset\neg F_2\vee p(u_2)\vee B)$

命題1より上式は①と UNA の下で同値である． □

**<補題4の証明>** 文献(8)において，われわれは Min $[I\text{-}\mathrm{simpl}_p(A)\,;p\,;x_1,\cdots,x_n]$ と Max $[I\text{-}\mathrm{simpl}_p(A)\,;p\,;x_1,\cdots,x_n]$ を定義した．$A$ が $p$ に関して確定的な場合，Min $[I\text{-}\mathrm{simpl}_p(A)\,;p\,;x_1,\cdots,x_n]$ と Pd $[A\,;p\,;x_1,\cdots,x_n]$ は全く同じ式となる．また $A$ が $p$ に関して負に確定的な場合，Max $[I\text{-}\mathrm{simpl}_p(A)\,;p\,;x_1,\cdots,x_n]$ と Nd $[A\,;p\,;x_1,\cdots,x_n]$ が同じ論理式となる．よって，文献(8)の補題5と定理3より明らかである． □

**＜補題5の証明＞** (1)を証明する．(2)も全く同様に証明できる．議論の簡略化のため，$p$は1項述語定数と仮定する．節集合$A$は$T\text{-simpl}_p(A) \wedge I\text{-simpl}_p(A)$の形をなすので，以下を証明すれば十分である．

$$\models I\text{-simpl}_p(A)\ \Theta_{p/Pd[A;p;x]} \equiv \text{Ture}$$

そのためには，$I\text{-simpl}_p(A)$が$C_1 \wedge \cdots \wedge C_m$の形をなすので，各$C_i$に対して以下を証明すれば十分である．

$$\models C_i\,\Theta_{p/Pd[A;p;x]} \equiv \text{True}$$

議論の簡略化のため，$I\text{-simpl}_p(A) = C_1 \wedge C_2$と仮定する．条件より，$A$が$p$に関して正に確定的かつ非再帰的であるから，$I\text{-simpl}_p(A) = C_1 \wedge C_2$は以下の形をなす．

$$\forall x\,[D_1 \supset p(s)] \wedge \forall y\,[D_2 \supset p(t)]$$

ただし，$D_1$と$D_2$は$p$が出現しない論理式である．したがって，Pd$[A;p;z]$は以下の形をなす．

$$\exists u\,(D_1{}' \wedge z = s') \wedge \exists v(D_2{}' \wedge z = t')$$

ただし，$u$と$v$は$A$に出現しない変数で，$D_1{}'$と$s'$は$D_1$，$s$の自由変数$x$を$u$に置き換えたもの，$D_2{}'$と$t'$は$D_2$，$t$の自由変数$y$を$v$に置き換えたものである．このとき$C_1\,\Theta_{p/Pd[A;p;x]}$は以下のものとなる．

$$\forall x\,[D_1 \supset (\exists u\,(D_1{}' \wedge s = s') \vee \exists v\,(D_2{}' \wedge s = t'))]$$

これを簡約整形すると以下を得る．

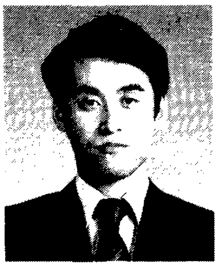
$$\forall x\,[D_1 \supset (D_1 \vee \exists v\,(D_2{}' \wedge s = t'))]$$

よって，以下が明らかに成り立つ．

$$\models C_1\,\Theta_{p/Pd[A;p;x]} \equiv \text{True}$$

同様にして，$\models C_2\,\Theta_{p/Pd[A;p;x]} \equiv \text{True}$も成り立つ．□

## 著者紹介

**岩沼　宏治**（正会員）

1983年東北大学通信工学科卒業．1985年同大学院修士課程修了．同年山形大学情報工学科助手，1990年山梨大学電子情報工学科講師．主としてソフトウェア基礎論，人工知能基礎論等の研究に従事．電子情報通信学会，情報処理学会，ソフトウェア科学会各会員．

**原尾　政輝**（正会員）

1966年九州工業大学電気工学科卒業．1972年東北大学博士課程修了．山形大学情報工学科教授などを経て，1989年九州工業大学知能情報工学科教授．工学博士．1980～82年西ドイツブラウンシュバイク工科大学客員研究員（フンボルト奨学生）．この間セルオートマトン，並列処理，アルゴリズム論などを研究し，現在，論理に基づく知識情報処理の研究に従事．電子情報通信学会，情報処理学会，ソフトウェア科学会，IEEE各会員．

**野口　正一**（正会員）

1954年東北大学工学部電気工学科卒業．1960年同大学院博士課程修了．1971年東北大学電気通信研究所教授．1984年東北大学大型計算機センター長．工学博士．主として情報システム構成論，知識処理に関する研究に従事．著書「情報ネットワークの理論」（岩波）「知識工学基礎論」（オーム社）など．