論 文 Technical Papers

多重様相論理TMS

Multi-modal logic TMS

山本 幹雄* 中川 聖一*
Mikio Yamamoto Seiichi Nakagawa

* 豊橋技術科学大学
Toyohashi University of technology, Toyohasni 441, Japan.

1990年3月9日 受理

Keywords: multi-modal logic, truth maintenance system, non-monotonic reasoning.

Summary

Modal logics are primarily concerned with necessity and possibility, but they can also provide a framework for belief, knowledge, time and so on. Although, in general, only one type of modality has been considered at a time, practical knowledge representation languages of AI systems require to represent and manipulate several modalities at the same time. A unified framework for such systems is called multimodal logics. However, automated reasoning in multimodal logics is made difficult. A language for multimodal logics must provide the facilities to support using heuristics and an efficient reasoning mechanism.

The truth maintenance system (TMS) described here can support the reasoning on multimodal logics. It can record justifications for deduced assertions of multimodal logics, track down the assumptions which underlie contradictions, incrementally modify assertional data-base, and calculate the simple deduction about propositional multimodal logics. Our TMS is the extension of McAllester's TMS to multimodal logics. Both his and our TMSs are based on propositional constraint propagation. The difference of them is the objects propagated in TMS. His TMS propagates only truth-value. Our TMS propagates the pair of a truth-value and a set of possible worlds. So our TMS is based on Kripke possible world semantics.

1. はじめに

Truth Maintenace System (TMS)はMcAllesterの定義によれば，以下のような機能を持っているものである[1].

(1) 事実の集合から命題論理のある形の演繹を行う.

(2) 演繹の理由を保存し，演繹の結果を説明できる.

(3) 事実の追加および削除が行われたとき，データベースの一貫性が保たれる.

(4) 矛盾が生じたときに矛盾の原因となった事実を発見できる.

これらの機能によってTMSは非単調推論やDependency Directed Backtracking(DDB)の実現をサポートする.

McAllesterは上記(1)の特徴を強調し，命題論理の演繹をTMSに明示的に適用できること，TMSを一般的な演繹システムの中の能動的な演繹データベースとして位置づけることができることを示した．結果として彼のTMSは反駁による古典的命題論理の健全な演繹を可能とし，他のTMS(DoyleのTMS[2]など)では別のコンポーネントが行う矛盾の発見も部分的に可能となる[1].

一方，様相論理は必然と可能性を扱う論理であるが，可能世界モデルの柔軟性によって時間や人間の知識など多種多様の概念のモデルとしても考えることができる．さらに多重様相論理は様相論理を複数の様相演算子を持つように拡張した論理であり，複数の人間の信念・知識や一般的な時間の概念を形式化するための強力な論理システムを提供する．現在，意味論を中心と

した形式化が盛んに研究されている[3][4]．しかし様相論理の推論システムは古典論理と比べて一般に複雑であり，DDBのような効率的な推論方式が望まれる．さらに自然言語処理などに応用する場合，対話参加者の信念に関してはもともと不確実な情報しか得ることができないため非単調な推論が必要となる．これらの機能は既存のTMSによっても実現することができるが，既存のTMSは(古典)命題論理のある形の推論しか行わないため，多重様相論理を扱うシステムには不十分である．

本論理では，McAllesterのTMSを多重様相論理に拡張した多重様相論理TMSについて述べる．このシステムは，簡単な命題多重様相論理の演繹と矛盾の発見，演繹と矛盾の理由の説明，および事実が言明・削除されたときにデータベースの一貫性を維持できる．これらの機能によって多重様相論理を扱うシステムを効率的にサポートすることができる．**2章**で多重様種論理のモデルの枠組みを簡単に説明し，多重様相論理TMSで中心的な役割を果たす世界指標の概念を定義する．**3章**で多重様相論理TMSの具体的なデータ構造，制約を表すネットワークの生成アルゴリズム，ラベル伝播アルゴリズム，および多重様相論理TMS上での反駁による演繹法を述べる．**4章**ではTMS上での反駁による演繹の健全性を証明する．

2. 世 界 指 標

2・1 多重様相論理と可能世界モデル

一般の様相論理は一つの様相を形式化するが，一つの枠組みの中で複数の様相を同時に形式化する必要がある場合も多い．例えば，時間の概念を形式化する場合でもFUTURE演算子一つで形式化するのは不十分で，他にNEXT, UNTILなどの様相演算子を必要とする．このような複数の様相を形式化する論理を多重様相論理という．

〔1〕 syntax

まず命題多重様相論理のsyntaxを定義する．

【定義1】 syntax

基本命題論理式の集合 $\Phi=\{P, Q, R, \cdots\}$

論理結合子：$\neg$(否定)，$\wedge$(論理積)，$\vee$(論理和)，$\rightarrow$(含意)

様相の集合 $\Sigma=\{a, b, c, \cdots\}$

様相演算子：$[m]$，ここで $m\in\Sigma$

命題多重様相論理式：以下のように再帰的に定義される．

(1) 基本命題論理式は命題多重様相論理式である．

(2) pとqが命題多重様相論理式であるならば，$\neg p, p\wedge q, p\vee q, p\rightarrow q, [m]p$ (ただし，$m\in\Sigma$) は命題多重様相論理式である． ■

以下の議論で多重様相論理という場合はこの命題多重様相論理のことを指すことにする．様相演算子$[m]$は通常の様相論理の必然性を表す“□”に相当する．

〔2〕 モデル

多重様相論理のモデルとして一般にKripkeの可能世界モデルを拡張したものが使われる．

マルチフレーム Fr はタプル $<W, w_0, P>$ で定義される．ここで W は世界 w_i の集合，w_0 は現実世界を表現しており，$w_0\in W$, P は W 上での2項関係 $\rho_m(m\in\Sigma)$ の集合である．ρ_m は様相 m の到達関係，P は到達関係の集合と呼ばれる．一般の多重でない様相論理は一つの様相しか持たず，対応するKripkeモデルは到達関係をただ一つしか持たないため，単純な関係の性質（例えば，推移性，反射性，対称性など）を用いて到達関係を制限することができた．しかし，多重様相論理においては到達関係が複数存在し，各到達関係が独立でない場合がある．例えば，時間に関する様相演算子FUTUREとNEXTは両方が関係する公理（未来すべての真である事実は次の時刻においても真である）を含むため，モデルの各到達関係が相互に依存しあっている．このような依存性を持った到達関係を定義するために，関係の演算である逆関係(“-1”)，和(“$\cup$”)，合成(“$\circ$”)を使って各到達関係の制約を表現する．

例えば，様相 m が推移的である場合 $\rho_m\circ\rho_m\subseteq\rho_m$，反射的である場合は $\rho_\lambda\subseteq\rho_m$ （ただし，$\rho_\lambda=\{(w, w)|w\in W\}$）で表現される．各様相演算子が独立でない場合は二つ以上の到達関係が一つの制限式の中に現れる．例えば，a, b を様相とし，$[a]p\rightarrow[b]p$ という公理を持つ多重様相論理は $\rho_b\subseteq\rho_a$ という関係の制限を持つモデルによって意味付けされる．多重様相論理の公理から上記のようなマルチフレームの到達関係の制約を決定する方法は文献(3)に述べられている．各到達関係の制約を表す式を到達関係の集合 P の性質と呼ぶ．

マルチモデル M はタプル $<Fr, V>$ である．V は $W\times\Phi$ から $\{T, F\}$ への関数であり，各世界では基本命題論理式の真偽値を決定する付値関数である．付値関数を使って多重様相論理式の真偽値が定義される．

【定義2】 マルチモデル M の世界 w において多重様相論理式 p が真である（$(M, w)\vDash p$ で表現される）ということは，以下のように再帰的に定義される．

$$(M, w)\vDash p \text{ iff } V(w, p)=T$$

$(M, w) \vDash p \wedge q$ iff $(M, w) \vDash p$
かつ $(M, w) \vDash q$

$(M, w) \vDash p \vee q$ iff $(M, w) \vDash p$
または $(M, w) \vDash q$

$(M, w) \vDash \neg p$ iff $(M, w) \nvDash p$

$(M, w) \vDash [a]p$ iff $(w, w') \in \rho_a$ を満たすすべての w' について $(M, w') \vDash p$ ■

【定義3】 多重様相論理式 p が妥当である必要十分条件は，すべてのマルチモデル $M \ll W, w_0, p>, V>$ に関して $(M, w_0) \vDash p$ が成り立つことである． ■

2・2 世界指標

多重様相論理での真偽値はマルチフレーム上のある世界を指定して初めて意味を持つ．本論文で述べる多重様相論理 TMS でも世界の集合と真偽値のペアを事実を表現するノードに割り当てる．この節ではマルチフレームの世界の集合を表す世界指標（world index）を定義する．

【定義4】 世界指標は世界記号 s_i の列 $s_1, \cdots, s_n$ である．ここで $s_i \in S = C \cup R$ で，C は世界定数の集合，R は世界変数の集合である．世界定数は c_n^m の形をしており，m は様相の種類を表しており，ρ_m の m に対応する．n は世界定数の名前である．名前は簡単に数字で表す．世界変数は v^m の形をしており，m は様相の種類を表す． ■

世界指標はマルチフレームの各到達関係がシリアルな関係（すなわち，各様相 m_i に関して $\rho_\lambda \subseteq \rho_{m_i} \circ \rho_{m_i}^{-1}$ が成り立つ）である場合のみ意味を持つ（**4章**参照）．したがって，以下のすべての議論では各到達関係はシリアルであるという仮定をおく．

$s_1, \cdots, s_n$ が世界指標だとすると，s_n を $\mathrm{end}(s_1, \cdots, s_n)$ と記述する．ある世界記号 s_i の一つ左の世界記号を親記号と呼ぶ．s_i の左側の世界指標，すなわち $s_1, \cdots, s_{i-1}$ を親指標と呼び，parent-index (s_i) と記述する．frame (s_i) は s_i の様相の種類を表す．“+”は二つの世界指標の連結を表す．$x = s_1, \cdots, s_n$, $y = t_1, \cdots, t_m$ とすれば，$x + y = s_1, \cdots, s_n, t_1, \cdots, t_m$ となる．

2・3 世界指標の積

世界指標はマルチフレーム上でのある世界の集合を指示している．この節では二つの世界指標が指示する世界の集合に同じ世界がある場合，その同じ世界の部分集合を表す世界指標の積を定義する．二つの世界指標の積は各世界指標の部分列を（後で議論される制約に従って）他の部分列に書き換えることによって二つの世界指標が同一の世界指標となるとき存在する．

各世界指標の書換えはマルチフレームの到達関係の集合 P の性質によって決定される書換え規則によって制約されるため，まずその書換え規則の決定法の定義をしてから世界指標の積を定義する．

【定義5】 書換え規則

到達関係の集合 P の性質が以下のような形の式の集合であるとする．

$$\rho_{a_1}^{-1} \circ \cdots \circ \rho_{a_j}^{-1} \circ \cdots \circ \rho_{b_1} \circ \cdots \circ \rho_{b_k}$$
$$\subseteq \rho_{c_1} \circ \cdots \circ \rho_{c_l}$$

（ただし，$\rho_{a_i}{}^{-1}$ と ρ_{b_i} の系列は ϕ でもよい）

性質の各式に対して以下のような書換え規則が導出される（健全性の証明を**4章**で与える）．

$$S^{a_j}, S^{a_{j-1}}, \cdots, S^{a_1}, v^{c_1}, \cdots, v^{c_l} \Rightarrow S^{b_1}, \cdots, S^{b_k}$$

ここで $\boldsymbol{a} \Rightarrow \boldsymbol{b}$ は $\boldsymbol{a}$ という部分列を $\boldsymbol{b}$ という列に書き換えてもよいことを表す．v^{c_i} は様相が c_i の世界変数，S^{a_i} または S^{b_i} は様相が a_i または b_i の世界記号（すなわち，世界変数でも世界定数でもよい）を表す．また $v^m \Rightarrow c_n^m$ はすべての m に対して常に成り立つ． ■

【定義6】 世界指標の積

世界指標 $x_1, \cdots, x_n$ が与えられたとき，到達関係の集合 P の性質によって（定義5によって）決定される書換え規則を各世界指標に0回以上適用して得られる世界指標をそれぞれ $x_1', \cdots, x_n'$ とする．このとき世界指標 $x_1, \cdots, x_n$ の積が存在する必要十分条件は，$x_1, \cdots, x_n$ に対して $x_1' = \cdots = x_n'$ となるような書換え規則の適用の列がそれぞれ存在することである．x_1' を世界指標の積と呼ぶ．ただし，$n=1$ の場合は必ず積が存在し，x_1 を世界指標の積とする． ■

3. 多重様相論理 TMS

3・1 多重様相論理 TMS のデータ構造

多重様相論理 TMS は多重様相論理式の真偽値の制約を表現するネットワークとその上を伝播するラベルデータによって構成されている．ラベルデータは世界指標と真偽値のペア（以下ラベルと呼ぶ）に付加的な情報を加えたものである．ネットワークは式節，制約節，およびリンクからなっている．式節は様相論理の式と伝播されたラベルデータの集合を内部データとして持つ．式節の論理式は各ラベルの世界指標が指示する世界でのラベルの真偽値を持っていることを表現している．制約節はいくつかの式節に対して，リンクによって接続され式節間のラベルの制約を表現する．ある多重様相論理式が TMS に入れられると，いくつかの式節が生成され，さらにその式節の間に制約節とリンクによる制約が張られる．生成された式節は再帰的

に式節と制約節を生成していく．構成されたネットワークをTMSネット（TMS-net）と呼ぶ．

式節，制約節，リンク，ラベルデータの詳しいデータ構造を次に定義する．各データ構造は，スロットとその値のペアの集合より構成される．

【定義7】 多重様相論理TMSのデータ構造

(1) 式節のスロット

id：式節のユニークな名前．

formula：その式節が表現する事実の様相論理式．

labels：ラベルデータの集合．

(2) 制約節のスロット

id：制約節のユニークな名前．

links：リンクの集合．

(3) リンクのスロット

id：リンクのユニークな名前．

f-node：リンクが接続されている式節．

c-node：リンクが接続されている制約節．

link-label：リンクが接続されている式節の真偽値の制約．T または F の値をとる．

link-kind：値として $+c^m$, $+v^m$, $-$, または nil をとる．各値の説路は**3･3節**で述べる．

mis-align：link-labelと不整合しているラベルデータの集合．不整合の定義は**3･3節**で述べる．

active：このリンクを通して伝播されたラベルデータに関する情報を蓄える．実際にはタプル ⟨id, justification⟩の集合であり，idは伝播されたラベルデータの名前，justificationは伝播の理由となったラベルデータの名前の集合である．

(4) ラベルデータのスロット

id：ラベルデータのユニークな名前．

label：世界指標と真偽値のペア．世界指標が支持する世界での真偽値を表す．世界指標を x，真偽値を tv とすると，$x : tv$ と記述する．真偽値は真を表すときは T, 偽の表すときは F と記述する．

active-links：このラベルデータが伝播されたリンクの集合．

mis-aligned-links：このラベルデータと不整合となるリンクの集合． ■

各スロットの値はスロット名を関数名とする1引数の関数の値として記述できるものとする．引数は基本データのidスロットの値をとる．例えば，名前が f_{12} という式節のformulaスロットの値はformula (f_{12}) と記述される．

TMSネットの例をFig. 1に示す．図中の各TMSネットは次節で述べるTMSネット生成アルゴリズムによって生成されたものである．丸は式節を表し，中

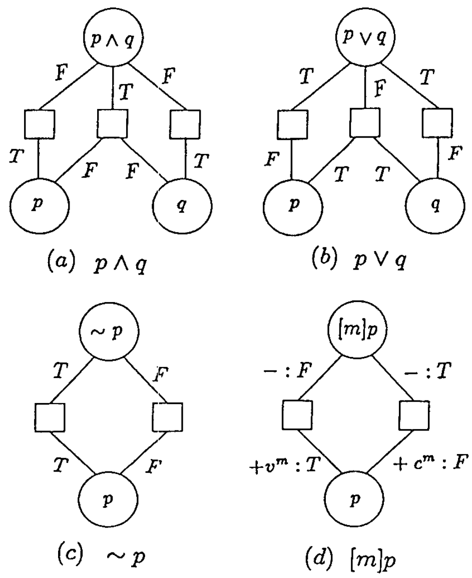

Fig. 1 Examples of a part of TMS-net.

の式はformulaスロットの値である．四角は制約節を表す．リンクは式節と制約節を結ぶ線で表され，link-kindとlink-labelの値を“：”でつないだものを線の横に書いた．ただし，link-kindが nil の場合はlink-labelのみを書いてある．

3・2 TMSネットの生成アルゴリズム

いくつかの補助手続きを定義してから前節で述べたTMSネットの生成アルゴリズムを述べる．

【定義8】 補助手続き

make-f-node ($form$)：1個の式節を生成し，その名前 fn を返す．引数 $form$ は様相論理式である．生成された式節の各スロットの値は次のようになる．

formula (fn) = $form$

label-data (fn) = nil

ただし，以前に同じ引数で式節が生成されている場合は，新しい式節は生成されずformulaスロットの値が同じ式節のidが返される．

make-c-node ($link_1$, $link_2$, …, $link_n$)：1個の制約節と n 個のリンクを生成し，その制約節の名前 cn を返す．引数 $link_i$ はタプル ⟨f-node, link-label, link-kind⟩ であり，生成されるリンクのスロットの値を指定する．各要素はリンクのスロットの名前に対応し，タプルの値がそのスロットの値となる．例えば，make-c-node (⟨fn_2, T, nil⟩, ⟨fn_4, F, $+c^m$⟩) は，一つの制約節とその制約節から fn_2 と fn_4 という名前の式節に接続されるリンクが生成される．各リンクのlink-labelスロットの値はそれぞれ T と F, link-kindスロットの値はそれぞれ nil と $+c^m$ である． ■

次にTMSネットの生成アルゴリズムを示すが，含意記号“→”は∨によって間接的に扱うことにし，省略する．直接扱えるように拡張するのは容易である．

TMSネットの生成アルゴリズム

与えられた多重様相論理式formからTMSネットを生成するアルゴリズムgen-net(*form*)は以下のように再帰的に定義される．vf_0, vf_1, vf_2は式節を表す変数とする．

gen-net(*form*)：

（1） *form*の形によって異なるネットを展開する．

(a) *form*が$form_1 \wedge form_2$の形をしている場合

① vf_0=make-f-node(*form*)：

② vf_1=gen-net($form_1$)；

③ vf_2=gen-net($form_2$)；

④ make-c-node(⟨vf_0, F, nil⟩, ⟨vf_1, T, nil⟩)；

⑤ make-c-node(⟨vf_0, F, nil⟩, ⟨vf_2, T, nil⟩)；

⑥ make-c-node(⟨vf_0, T, nil⟩, ⟨vf_1, F, nil⟩, ⟨vf_2, F, nil⟩)；

(b) *form*が$form_1 \vee form_2$の形をしている場合

① vf_0=make-f-node(*form*)；

② vf_1=gen-net($form_1$)；

③ vf_2=gen-net($form_2$)；

④ make-c-node(⟨vf_0, T, nil⟩, ⟨vf_1, F, nil⟩)；

⑤ make-c-node(⟨vf_0, T, nil⟩, ⟨vf_2, F, nil⟩)；

⑥ make-c-node(⟨vf_0, F, nil⟩, ⟨vf_1, T, nil⟩, ⟨vf_2, T, nil⟩)；

(c) *form*が$\neg form_1$の形をしている場合

① vf_0=make-f-node(*form*)；

② vf_1=gen-net($form_1$)；

③ make-c-node(⟨vf_0, T, nil⟩, ⟨vf_1, T, nil⟩)；

④ make-c-node(⟨vf_0, F, nil⟩, ⟨uf_1, F, nil⟩)；

(d) *form*が$[m]form_1$の形をしている場合

① vf_0=make-f-node(*form*)；

② vf_1=gen-net($form_1$)；

③ make-c-node(⟨vf_0, T, −⟩, ⟨vf_1, F, $+c^m$⟩)；

④ make-c-node(⟨vf_0, F, −⟩, ⟨vf_1, T, $+v^m$⟩)；

(e) *form*が基本命題論理式の場合

① vf_0=make-f-node(*form*)；

（2） vf_0の値をgen-netの値として返す． ■

生成されるTMSネットの一部をFig. 1に示す．図中の(a)～(d)は生成アルゴリズムの(1)の(a)～(d)に対応する．

3・3 ラベル伝播と多重様相論理式の言明

制約節はリンクによって接続されている式節のラベルの制約を表現していると解釈され，制約を満足するようにラベルが伝播される．ラベルの伝播アルゴリズムを説明するためにまず，リンクの整合と多重様相論理TMSにおける矛盾の概念を定義する．

【定義9】 リンクの整合性

あるリンクをl_i，そのリンクに接続している式節のあるラベルデータのラベルをx：tvとすると，整合性が定義されるのは以下のような場合だけである．

(a) link-kind(l_i)がnilまたは“−”である場合

(b) link-kind(l_i)が$+v^m$かつframe(end(x))=mの場合

(c) link-kind(l_i)が$+c^m$かつframe(end(x))=mかつend(x)が世界変数の場合

(a)，(b)，(c)の場合には以下のように整合性が定義される．

link-label(l_i)=tvであればこのリンクに関して世界指標xが指示する世界において整合しているという．またlink-lable(l_i)≠tvであれば，このリンクに関して世界指標xが指示する世界において不整合であるという． ■

【定義10】 矛盾

ある式節のlabelsスロットに入っているラベルデータが二つ以上ある場合で，その中のある二つのラベルデータのラベルをx：tv, x'：tv'とする．このときtvとtv'が異なる値で，かつxとx'の積が存在することを矛盾という． ■

制約節は接続しているリンクすべてに関して，同じ世界において不整合であってはならないという制約を表現している．すなわち，ある世界においてすべてのリンクに関して整合性が定義されている場合は，少なくとも1本のリンクは整合していなければならない．このことから，ラベル伝播の条件が定義される．同時にラベル伝播アルゴリズムの説明で使用されるアクティブリンク，理由ラベル，伝播世界指標も定義する．

【定義11】 ラベル伝播の条件

ある制約節に接続されているリンクの本数をnとする．

1. n=1の場合

無条件にラベル伝播の条件が満足される．その1本のリンクをアクティブリンク，ϕ：nilを理由ラベル，ϕを伝播世界指標と呼ぶ．

2. $n \geq 2$の場合

1本のリンクl_iを除いた残り$n-1$本のリンクl_1, l_{i-1}, l_{i+1}, …, l_nに関して，それぞれ世界指標x_1, …, x_{i-1}, x_{i+1}, …, x_nにおいて不整合であり，かつx_1, …, x_{i-1}, x_{i+1}, …, x_nの積世界指標zが存在するとき，ラベ

ル伝播が可能であるという．残りの1本のリンクをアクティブリンク，$l_1, \cdots, l_{i-1}, l_{i+1}, \cdots, l_n$ が不整合となった原因のラベルを理由ラベル，z を伝播世界指標と呼ぶ． ■

次にあるラベルデータが決定したときのラベル伝播アルゴリズムについて述べる．

ラベル伝播アルゴリズム

新しいラベルデータの追加が決定した式節を fn_0，新しいラベルデータの名前を ld とすると，以下のようにラベル伝播アルゴリズム (label-propagation) が再帰的に定義される．

label-propagation (fn_0, ld)

(1) fn_0 の labels スロットに ld を追加し，labels の他のラベルデータと矛盾していないかチェックする．もし矛盾していれば，矛盾であることをシステムに伝え label-propagation を再帰のトップレベルまで戻り終了する．

(2) links を active-link (ld) 以外の fn_0 に接続しているリンクの集合とする．

(3) links の各要素を調べて，ld の mis-align-limks スロットと，各リンクの mis-aligned-labels を更新する．

(4) links の各要素であるリンクから接続している各制約節に関してラベル伝播の条件を満たしているかどうか調べる．ラベル伝播の条件を満たしており (そのときのアクティブリンクを *a-link* とする)，かつ link-f-node (*a-link*) が fn_0 と異なる場合には *a-link* の link-kind スロットの値によって次のようにラベルデータが生成される．伝播世界指標を z とする．

(a) link-kind (*a-link*)$=nil$ の場合．
⟨id, z : link-label (*a-link*), *a-link*, ϕ⟩

(b) link-kind (*a-link*)$=$“$-$” の場合．
⟨ id, parent-index (z) : link-label (*a-link*), *a-link*, ϕ⟩

(c) link-kind (*a-link*)$=+c^m$ の場合．
⟨id, $z+c_n^m$: link-label (*a-link*), *a-link*, ϕ⟩
ここで，c_n^m は新しい世界定数である．

(d) link-kind (*a-link*)$=+v^m$ の場合．
⟨ id, $z+v^m$: link-label (*a-link*), *a-link*, ϕ⟩
ここで，v^m は世界変数である．

(5) (4)で生成された新しいラベルデータをそれぞれ ld_i とすれば，label-propagation (link-f-node (*a-link*), ld_i) をそれぞれラベルデータについて行う． ■

ある多重様相論理式 *form* が言明された場合，TMS ネットの生成 gen-net (*form*) を行い，その多重様相論理式を表す式節に1本のリンク (link-label スロットは T) からなる制約節を接続する．1本のリンクからなる制約節は直ちにラベル伝播の条件を満たす．label が ϕ: T である新しいラベルデータ ld を作り，そこでラベル伝播アルゴリズム label-propagation (fn, ld) を実行する．矛盾が生じた場合はシステムに矛盾の合図が通達され，アルゴリズムは終了する．

矛盾の原因となった言明の集合を発見する方法と言明を取り消す (削除) アルゴリズムは McAllester の TMS とほぼ同様のアルゴリズムとなるため省略する．リンクの mis-align, active スロットとラベルデータの active-links, mis-aligned-links スロットをラベル伝播が生じたのと逆の方向にたどることによって実行される．詳しくは文献(1)(5)を参照のこと．

3・4 反駁による演繹

〔1〕 反駁による演繹アルゴリズム

いくつかの多重様相論理式が言明された多重様相論理 TMS 上で反駁による簡単な演繹ができる．反駁による演繹アルゴリズムで証明したい多重様相論理式を p として TMS ネットに展開する．p を表現する式節に link-label が F である1本のリンクからなる反駁の仮説となる制約節を接続する．p にラベルが ϕ: F なるラベルデータが伝播され，ラベル伝播アルゴリズムによって TMS ネット上をラベルが伝播される．この伝播で矛盾が生じたら反駁によって p が証明されたことになる．証明されたならば，反駁の仮説となった制約節を取り消して (削除アルゴリズムによって) 矛盾を生じさせる原因となる言明から p を真にするような制約節を加える．正確には，矛盾の原因となる言明の式を表す式節を $fn_1, \cdots, fn_j$, p を表す式節を fn_0 とすると，次のような制約節を生成する．

make-c-node (⟨fn_1, F, nil⟩, $\cdots$, ⟨fn_j, F, nil⟩, ⟨fn_0, T, nil⟩)

$fn_1, \cdots, fn_j$ はラベル ϕ: T を持っている (言明されている) ため，fn_0 に接続するリンク以外のすべてのリンクが不整合となり，fn_0 に ϕ: T が伝播される．

〔2〕 wise-man パズルの例

複数の人間の知識に関するシステムの例題としてよく用いられる wise-man パズル[6]を例として取り上げる．問題は次のように定義される．「額に白または赤の点を描くが少なくとも1人の額には白い点を描くと王様が n 人の賢者に告げる．実際には全員に白い点を描く．各賢者は他の賢者の額を見ることができるが，自

分の額は見ることができないと仮定する．$n-1$ 人の賢者が自分の額の色がわからないと言ったところで最後の賢者が自分の色（白）を当てた．これを証明せよ．」

この問題を解くために共有-知識を含む複数の人間の知識を形式化する多重様相論理の公理系を考える．i は i 番目の賢者の知識，$[E]$ は全員が知っている知識，$[U]$ は共有知識（全員が知っていることを全員が知っている知識）を表す様相オペレータとする．このような多重様相論理系は様相論理の S5 という体系を複数の様相演算子に拡張したものに，inductive axiom と呼ばれる公理を追加して形式化される（詳しい公理体系は文献(5)を参照)．

マルチフレームの到達関係の性質と書換え規則は次のようになる．

(1)　$\rho_i \circ \rho_i \subseteq \rho_i$: $v^i \Rightarrow S^i, S^i$

(2)　$\rho_\lambda \subseteq \rho_i$: $v^i \Rightarrow \phi$

(3)　$\rho_i^{-1} \subseteq \rho_i$: $S^i, v^i \Rightarrow \phi$

(4)　$\rho_i \subseteq \rho_E$: $v^E \Rightarrow S^i$

(5)　$\rho_E \subseteq \rho_U$: $v^U \Rightarrow S^E$

(6)　$\rho_U \circ \rho_U \subseteq \rho_U$: $v^U \Rightarrow S^U, S^U$

賢者の数は簡単のため2人（a と b で表し，b をわからないと言ったほうだとする）を考え，各賢者の知識を表す様相オペレータは $[a]$ と $[b]$ とする（文脈から明らかなため，賢者の個体定数と知識の様相を同一の記号で表現した)．white (i) は賢者 i が白い点を額に持つことを表す．問題を形式化すると次のようになる（問題を解くのに必要なもののみ列記)．

$[U]$ (white $(a) \vee$ white (b))　(1)

$[U](\neg$ white $(a) \rightarrow [b] \neg$ white (a))　(2)

$[U] \neg [b] \neg$ white (b)　(3)

$[a]$ white (a)　｛証明すべき命題｝　(4)

(1)，(2)，(3)の言明と(4)の反駁の仮定を表現する多重様相論理 TMS ネットワークを Fig. 2 に示す．（"$p \rightarrow q$" は "$\neg p \vee q$" に変換した)．リンクに付いている番号はリンクの名前，各式節の横に書いてあるラベルはその式節が持っているラベル，ラベルの前の番号はそのラベルを伝播したアクティブリンクの番号を表している．その他は Fig. 1 の表記に従う．伝播はリンクの番号順に生じたと考えてよい．例えば，式(3)を表す式節には言明の制約（1本のリンクしか持たない制約節)

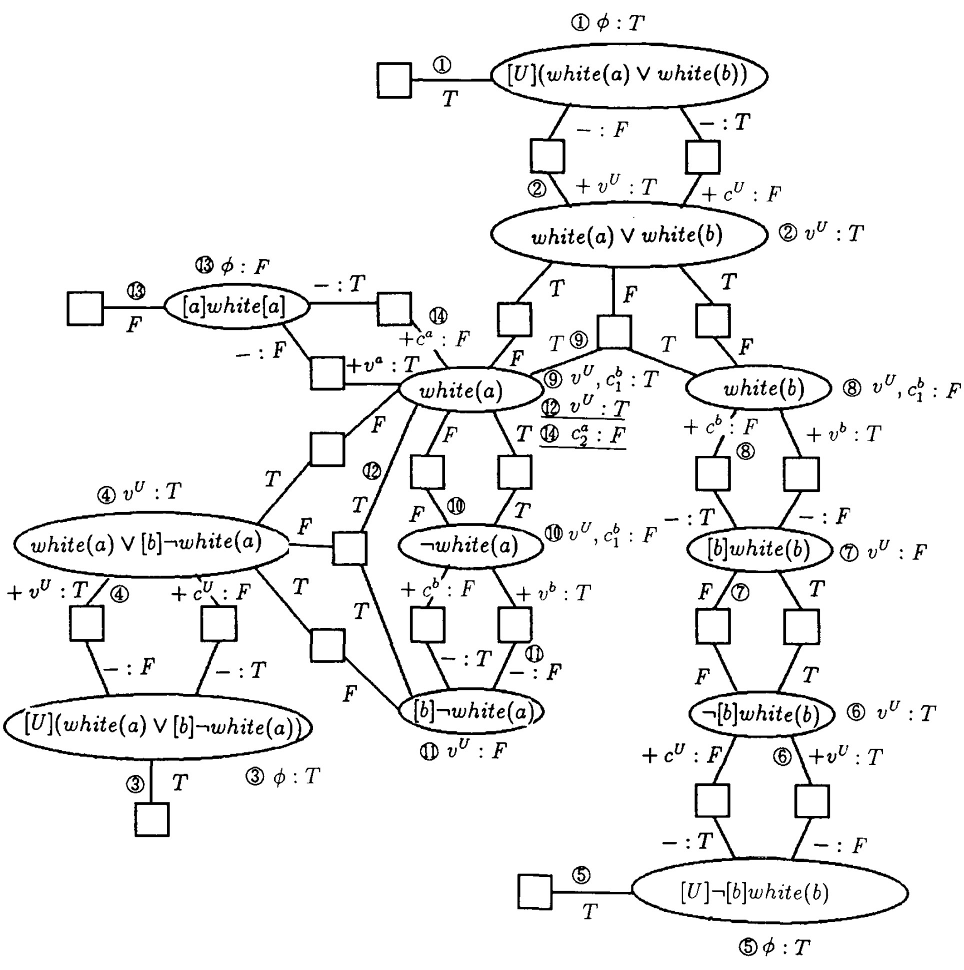

Fig. 2　TMS-net for two-wise-man puzzle.

によって⑤ ϕ: T が伝播される．⑤ ϕ: T は link-label が F のリンクと不整合となり，次の式節へ⑥ v^U: T が伝播される．このようにして⑧ v^U, c_1^b: F まで伝播される．⑧ v^U, c_1^b: F と② v^U: T は⑨のリンクを持つ制約節の 2 本のリンクを不整合とし，世界指標 v^U, c_1^b と v^U の積 v^U, c_1^b が存在するため（書換え規則(4)，(5)，(6)を使う）ラベル⑨ v^U, c_1^b: T が white (a) を表す式節へ伝播される．⑨ v^U, c_1^b: T はリンク⑩を持つ制約節のもう一つのリンクを不整合とし，⑩ v^U, c_1^b: F が伝播される．このラベルはリンク⑪を持つ制約節のもう一つのリンクと不整合となり，さらにリンク⑪の link-kind が“−”であるため世界指標 parent-index $(v^U, c_1^b)=v^U$ と F からなるラベル（⑪ v^U: F）が伝播される．⑪ v^U : F と④ v^U : T によってリンク⑫がアクティブとなり，⑫ v^U: T が伝播される．最後に white (a) を表す式節上で仮説から伝播してきた⑭ c_2^a: F と⑫ v^U: T が同時に存在することになる．世界指標 c_2^a と v^U の積が存在するため矛盾が検出される．よって，命題(4)が真であることが証明される．

4. 多重様相論理 TMS での反駁による演繹の健全性

3・4 節で述べた多重様相論理 TMS での反駁による演繹の健全性を示すために，まず世界指標の積の健全性を示す．世界指標の積の健全性とはすべてのマルチフレームで複数の世界指標が指示する世界が同じ世界を含むときだけ世界指標の積が存在し，積世界指標がその同じ世界の部分集合を必ず指示していることをいう．初めに世界指標が指示する世界を正確に定義する．

【定義 12】 到達世界

マルチフレーム $\langle W, w_0, P\rangle$ 上のある世界の集合 $WS(\subseteq W)$ と，ある W 上の関係 ρ が与えられたとき，WS から ρ で到達するとができる世界の集合を与える関数 $\varDelta_F(WS, \rho)$ は以下のように定義される．

$$\varDelta_F(WS, \rho)\equiv\{w|(w', w)\in\rho, w'\in WS\} \qquad ■$$

【定義 13】

世界指標 x を関係に変換する relation (x) は次のように再帰的に定義される．

1. x が空列の場合
   relation $(x)=\rho_\lambda$
2. end (x) が世界変数 v^m の場合
   relation $(x)=$ relation(parent-index (x))$\circ\rho_m$
3. end (x) が世界定数 c_n^m の場合
   relation $(x)=$ relation(parent-index(x))$\circ\rho_{c_n^m}$

ここで，$\rho_{c_n^m}=\{(w, f_{c_n^m}(\{w'|(w, w')\in\rho_m\}))|w\in W\}$，$f_{c_n^m}(WS)$ は世界の集合 WS に含まれる一つの世界を返す任意の関数． ■

【定義 14】 世界指標が指示する世界

マルチフレーム $\langle W, w_0, P\rangle$ 上での世界指標 x が指示する世界の集合 $\delta_F(x)$ は次のように定義される．

$$\delta_F(x)=\varDelta_F(\{w_0\}, \text{relation}\,(x)) \qquad ■$$

［補題 1］ ある世界指標を x，マルチフレーム Fr の到達関係の集合 P の性質から決定される書換え規則に従って書き換えられた世界指標を x' とすると，$\delta_F(x')\subseteq\delta_F(x)$ が成り立つ．ただし，各到達関係はシリアルな性質を持っているとする． ■

〈補題 1 の証明〉

関係の合成の性質より，

$$\rho_{a_1}^{-1}\circ\cdots\circ\rho_{a_j}^{-1}\circ\rho_{b_1}\circ\cdots\circ\rho_{b_k}\subseteq\rho_{c_1}\circ\cdots\circ\rho_{c_l}$$

ならば

$$\rho_{a_j}\circ\cdots\circ\rho_{a_1}\circ\rho_{a_1}^{-1}\circ\cdots\circ\rho_{a_j}^{-1}\circ\rho_{b_1}\circ\cdots\circ\rho_{b_k}$$
$$\subseteq\rho_{a_j}\circ\cdots\circ\rho_{a_1}\circ\rho_{c_1}\circ\cdots\circ\rho_{c_l}$$

が成り立つ．また，ρ_{a_i} はシリアルであることから $\rho_\lambda\subseteq\rho_{a_i}\circ\rho_{a_i}^{-1}$ である．さらに $\rho_{a_i}\circ\rho_\lambda\circ\rho_{a'i}=\rho_{a_i}\circ\rho_{a'i}$ であることから

$$\rho_{a_j}\circ\cdots\circ\rho_{a_1}\circ\rho_{a_1}^{-1}\circ\cdots\circ\rho_{a_j}^{-1}\circ\rho_{b_1}\circ\cdots\circ\rho_{b_k}$$
$$\supseteq\rho_{a_j}\circ\cdots\circ\rho_{a_2}\circ\rho_\lambda\circ\rho_{a_2}^{-1}\circ\cdots\circ\rho_{a_j}^{-1}\circ\rho_{b_1}\circ\cdots\circ\rho_{b_k}$$
$$=\rho_{a_j}\circ\cdots\circ\rho_{a_2}\circ\rho_{a_2}^{-1}\circ\cdots\circ\rho_{a_j}^{-1}\circ\rho_{b_1}\circ\cdots\circ\rho_{b_k}$$
$$\vdots$$
$$\supseteq\rho_{b_1}\circ\cdots\circ\rho_{b_k}$$

となる．よって，

$$\rho_{b_1}\circ\cdots\circ\rho_{b_k}\subseteq\rho_{a_j}\circ\cdots\circ\rho_{a_1}\circ\rho_{c_1}\circ\cdots\circ\rho_{c_l}$$

さらに，$\rho_{c_n^m}\subseteq\rho_m$ であるから上記の式の任意の ρ_{b_i} を $\rho_{c_n^{b_i}}$ に，$\rho_{c_n^{a_i}}$ を ρ_{a_j} に入れ換えた式も成り立つ．

ここで，ある世界指標を $y, S^{a_j}, \cdots, S^{a_1}, v^{c_1}, \cdots, v^{c_l}\rightarrow S^{b_1}, \cdots, S^{b_k}$ という書換え規則を 1 段階適用した結果を y' とすると，上記の結果より，relation $(y')\subseteq$ relation (y) となる．よって，$\delta_F(y')\subseteq\delta_F(y)$.

また，すべての体系に成り立つ $v^m\rightarrow c_n^m$ の規則によって書き換えられた y' に関しても $\rho_{c_n^m}$ の定義より明らかに $\rho_{c_n^m}\subseteq\rho_m$ であるから $\delta_F(y')\subseteq\delta_F(y)$ が成り立つ．

書換え規則の適用段階による帰納法により，$\delta_F(x')\subseteq\delta_F(x)$ が証明される． ■

〔定理 1〕 世界指標の積の健全性

世界指標 $x_1, \cdots, x_n$ の積が存在し，その積世界指標を z とすると，すべての到達関係がシリアルであるようなすべてのマルチフレーム Fr で以下の式が成り立つ．

$$\delta_F(x_1)\cap\cdots\cap\delta_F(x_n)\supseteq\delta_F(z)\neq\phi \qquad ■$$

〈定理 1 の証明〉

z はマルチフレーム Fr の到達関係の集合の性質から決定される書換え規則の適用によって各世界指標 x_i から得られるため，補題 1 より，

$$\delta_F(x_i) \supseteq \delta_F(z)$$

が成り立つ．よって，$\delta_F(x_1) \cap \cdots \cap \delta_F(x_n) \supseteq \delta_F(z)$.

マルチフレーム $Fr\langle W, w_0, P\rangle$ の到達関係はすべてシリアルでなければならないという条件より，すべての到達関係 ρ_m の定義域は W に等しい．また $\rho_{c_n^m}$ の定義より $\rho_{c_n^m}$ の定義域は ρ_m と等しいことが明らかであるため，すべての $\rho_{c_n^m}$ の定義域も W である．さらに ρ_λ の定義域は W である．よって，ρ_m と $\rho_{c_n^m}$ と ρ_λ の合成よりなる関係の定義域も W である．これは w_0 から到達できる世界が必ず一つはあることを意味しており，すべての世界指標 z に対して $\delta_F(z) \neq \phi$ である．

■

次にある式節とそのラベルから得られた世界指標付き式の定義を行い，世界指標付き式があるマルチモデルで真である必要十分条件を定義する．

【定義 15】 世界指標付き式

式節の formula スロットの値を p, 式節の labels スロットの値の中の一つのラベルデータのラベルを x: tv とすれば，そのラベルの世界指標付き式は x: p' である．ここで，p' は tv の値が T の場合は p, F の場合は $\neg p$ である． ■

【定義 16】

マルチモデル $\langle\langle W, w_0, P\rangle, V\rangle$ を M, 世界指標付き式を $x: p$ とすれば，M で x: p が真である（$M \vDash x$: p と記述する）とは，$w \in \delta_F(x)$ を満たすすべての w について $w \vDash p$ であるとき，またそのときに限る． ■

この定義から各制約節によるラベル伝播の健全性を示すことができる．

［補題 2］ ラベル伝播の健全性

ラベル伝播の条件を満たす理由ラベルの世界指標付き式を x: p, y: q（制約節のリンクが 2 本以下ならば，一つだけ考える），そのラベル伝播の条件でラベル伝播アルゴリズムにより伝播されたラベルデータのラベルの世界指標付き式を z: p' とする．このとき，すべてのマルチフレーム M に対して，$M \vDash x$: p かつ $M \vDash y$: q であるならば，$M \vDash z$: p' である． ■

〈補題 2 の証明〉

制約節は $\vee$ と $\wedge$ に関して三つ，$\neg$ と $[m]$ に関して二つ生成される．さらにアクティブリンクがどれになるかで，3 本のリンクを持つ制約節について 3 種類，2 本のリンクを持つ制約節については 2 種類の伝播に場合分けができる．ただし，$[m]$ に関する制約節は定義 11 より，2 本で 5 種類の伝播が考えられる．結局全部で 23 通りの伝播の種類に場合分けすることができる．各伝播について健全性を証明すればよい．すべてのラベル伝播について証明するのは紙面の都合上できないので，ここでは代表的な二つの場合に関してのみ証明する．

（1） $p \vee q$ を表す式節が x: T, p を表す式節が y: F のラベルを持ち，x と y の積世界指標 z が存在すると，ラベル z: T が q を表す式節に伝播される．

定理 1 より $\delta_F(z) \subseteq \delta_F(x) \cap \delta_F(y)$ であるから，すべてのマルチモデル M において理由ラベルの世界指標付き式が真であるとすると，$w \in \delta_F(z)$ なる w においては $(M, w) \vDash p \vee q$ かつ $(M, w) \vDash \neg p$ である．よって，多重様相論理式の真偽値の定義より $w \in \delta_F(z)$ なる w においては $(M, w) \vDash q$ でなければならない．すなわち，すべてのマルチモデル M においてラベル z: T の世界指標付き式は真である．

同じようにして $\vee$ に関する他のラベル伝播，$\wedge$ と $\neg$ に関するラベル伝播の健全性が示される．

(2) 式 $[m]p$ を表す式節のあるラベルを x: T とすると，ラベル $x+v^m$: T が式 p を表す式節に伝播される．

すべてのマルチモデル M で，$M \vDash x$: $[m]p$ であるということは，$w \in \delta_F(x)$ なるすべての w で $(M, w) \vDash [m]p$ である．さらに多重様相論理式の真偽値の定義（定義 2）より，$(w, w') \in \rho_a$ なるすべての w' に関して $(M, w') \vDash p$ である．関数 Δ_F を使うと，w' の集合は $\Delta_F(\delta_F(x), \rho_m)$ に等しい．ここで δ_F の定義により $\delta_F(x+v^m) = \Delta_F(\delta_F(x), \rho_m)$ であるから，w' の集合は世界指標 $x+v^m$ によって指示される世界と等しい．よって，すべてのマルチモデル M において，理由ラベルの世界指標付き式が真ならばラベル伝播されたラベルの世界指標付き式も真である．

同じようにして $[m]$ に関する他の四つのラベル伝播の健全性も示すことができる． ■

補題 2 より多重様相論理 TMS 上での反駁による演繹の健全性を示すことができる．

〔定理 2〕 多重様相論理 TMS 上での反駁の健全性

$p_1, \cdots, p_n$ が多重様相論理 TMS 上で言明されたとする．このとき反駁によって得られた帰結を q とするならば $\vDash p_1 \wedge \cdots \wedge p_n \rightarrow q$ が成り立つ． ■

〈定理 2 の証明〉

多重様相論理 TMS で p_i が言明された場合，1 本のリンクからなる制約節が生成され強制的に世界指標付き式 ϕ: p_i が TMS 内に導入される．さらに反駁の仮定として世界指標付き式 ϕ: $\neg q$ が導入される．これ

は，反駁の仮定式 $p_1 \wedge \cdots \wedge p_n \wedge \neg q$ を言明したことと全く同じである（$\wedge$ に関する制約節より明らか）．仮定式からの，ラベル伝播によって多重様相論理 TMS 上の矛盾が生じた場合は，定理 1 と矛盾の定義よりすべてのマルチモデルのある世界で矛盾が生じたことを意味する．補題 2 よりラベル伝播による世界指標付き式の妥当性は保持されているため，補題 2 の対偶から仮定式はすべてのマルチモデルで成り立たないことが言える．よって，仮定式の否定 $p_1 \wedge \cdots \wedge p_n \rightarrow p$ は妥当である．■

5. む す び

本論文では多重様相論理式が扱える TMS を提案し，その上での反駁による演繹の健全性を示した．

可能世界モデル上のある世界の集合を指示する記号列（本報告では世界指標と呼んだ）は一般の様相論理で考案されており[(7)-(9)]，本報告の世界指標はそれを多重様相論理に拡張したものである．この（世界の集合を指示する）記号列を使用する他のシステム（例えば完全な様相論理の証明システム）に本論文で述べた世界指標を使用すれば，容易に多重様相論理へ拡張が可能である．

今後の課題は多重様相論理 TMS を使用した具体的な応用システム（例えば対話システム）の開発，特に非単調論理と DDB を使用したシステムへの応用を考えていきたい．

◇参 考 文 献◇

(1) McAllester, D. A.: An outlook on truth maintenance, *AI Memo*, No. 551, MIT (1980).
(2) Doyle, Jon.: A Truth Maintenance System, *Artif. Intell.*, Vol. 12, pp. 231-272 (1979).
(3) Catach, L.: Normal multimodal logics, In *Proc. of the 7th AAAI*, pp. 491-495 (1988).
(4) Halpern, J. and Moses, Y.: A guide to modal logics of knowledge and belief: preliminary draft, In *Proc. of the 9th IJCAI*, pp. 480-490 (1985).
(5) Charniak, E., McDermott, D, V. and Meehan, J. R.: *Artificial Intelligence Programming* (2nd eds.), Lawrence Erlbaum Associates, Publishers (1987).
(6) Genesereth, M. R. and Nilsson, N. J.: *Logical Foundations of Artificial Intelligence*, Morgan Kaufmann Publishers, Inc. (1987).
(7) Jackson, P. and Reichgelt, H.: A general proof method for modal predicate logic, In *Logic-Based Knowledge Representation*, Jackson, P., *et al* (eds.), MIT Press (1989).
(8) 米崎：様相論理証明器の一般化，日本ソフトウェア科学会第 3 回大会論文集，pp. 269-272 (1986).
(9) Wallen, L. A.: Matrix proof methods for modal logics, In *Proc. of the 10th IJCAL*, pp. 917-923 (1987).

〔担当編集委員・査読者：佐藤雅彦〕

著 者 紹 介

山本 幹雄（正会員）

1984 年豊橋技術科学大学情報工学課程卒業．1986 年同大学大学院修士課程修了．同年，(株)沖テクノシステムズラボラトリ入社．1988 年豊橋技術科学大学情報工学系教務職員．自然言語処理，人工知能に関する研究に従事．情報処理学会，電子情報通信学会，AAAI, ACL 各会員．

中川 聖一（正会員）

1976 年京都大学大学院博士課程修了．同年，京都大学工学部情報工学科助手，1980 年豊橋技術科学大学情報工学系講師，1983 年助教授，1990 年教授．1985～86 年カーネギーメロン大学客員研究員．工学博士．音声情報処理，自然言語処理の研究に従事．1977 年度電子通信学会論文賞受賞．著書「確率モデルによる音声認識」電子情報通信学会 (1988)，「音声・聴覚と神経回路網モデル」（共著）オーム社 (1990)．