解　説

ラフ集合理論とその応用

Rough Set Theory and Its Applications

中村　昭[*1]　津本　周作[*2]　田中　博[*2]　小林　聡[*3]
Akira Nakamura　Shusaku Tsumoto　Hiroshi Tanaka　Satoshi Kobayashi

＊1　明治大学理工学部情報科学学科
Dept. of Computer Science, Meiji University.
＊2　東京医科歯科大学難治疾患研究所医薬情報
Dept. of Information Medicine, Medical Research Institute, Tokyo Medical and Dental University.
＊3　電気通信大学情報工学科
Dept. of Computer Science and Information Mathematics, University of Electro-Communications.

1995年11月9日　受理

Keywords : rough set, information system, modal logic, machine learning, fuzzy set.

1. ラフ集合とは——その基本概念と歴史的背景

命題や概念の間の論理的関係を式で表現し，有効な形式的手段を見い出し，これを機械的なものにしようとしたライプニッツ(1646〜1716)の考えは，記号論理学の発祥とされているが，記号操作を中心とする人工知能の先駆者思想ともいえよう．そしてこの記号論理学は，数学基礎をはじめとしてきわめて広い範囲で多くの有用な成果をあげてきた．しかしながら，人間の複雑な知的情報処理能力は，数学的概念に限られていない．そこでは，曖昧(vague)なもの，不正確な知識，はっきりしない(fuzzy)概念，粗い(rough)データなどを取り扱い，そのうえでの推論，決定，帰納，学習，発見などがなされる．ラフ集合(rough sets)の理論は，このような現実的問題から提案された人工知能の基礎に関する新しい一研究分野であるといってよい．

ラフ集合の基礎概念は「類別」と「近似」である．我々は外界からのいくつかの情報に対して知的に行動するとき，それらの情報における主語(対象物)を属性に従って類別している．対象物がこの部類分けに対して同じであれば，それらの対象物は識別できない(indiscernible)として同じものとして取り扱い，推論したり決定したりして行動する．例えば「性」という属性だけに関心があれば，すべての男性は同じとして取り扱ってよい．同様にすべての女性もこの立場では同一物として論じられる．この識別不能性(indiscernibility)がラフ集合の理論の最も基本的概念である．もともと知識はこの識別に基づいている．理解(わかる)とか判断(ドイツ語でUrteil，すなわちur(根源)とteilen(分ける＝識別する)の合成)は，物事をはっきりと区別することである．

容易にわかるように，属性の種類を増やせば，これまで識別不能なものが一般には識別可能になる．例えば，上例で「性」のほかに「年齢」という属性が加われば，その類別は細かくなる．しかし，現実にはこの属性は有限と考えるのが自然である．このような見地から，類別に基づくラフという概念が，曖昧，不正確，不完全などと同様に，しかし異なる現実的手法として情報科学の分野に提案されるのである．さらにこの理論は，コンピュータによる大規模データの超高速自動解析により，知識獲得・発見のまったく新しい手法として最近注目を集めている．

このようなラフ集合の概念を初めて導入したのは，ポーランドの計算機科学者Zdzislaw Pawlakである．彼は1982年に論文Rough Sets(*Int. J. of Computer and Information Sciences*, Vol. 11, pp. 341-356)のなかでこの概念を公表した(正確には，ポーランド科学アカデミーのTech. Reports, No. 431 (1981) で発表した彼の論文Rough Sets, Basic Notionsが最初である)．当初この論文は東欧の研究者に非常に大きな興味を与えた．そしてこの理論と応用は現在，ヨーロッパ，アメリカをはじめとして多くの計算機科学者の関心を集めはじめている．

2. ラフ集合と知識情報

「知識」を定義するのは難しい．知識に関する研究は，もともと哲学の問題であった．あるいはその生成・発達についての問題として心理学とも無関係ではなかった．また，認識の問題を取り扱う認知科学の中心テーマでもある．ここで議論しようとする知識は，直観的にいって，我々の関心のあるものに関する情報の集まりとして考えることにする．この定義をもとにして，我々は知識に関する基本的性質のいくつかを与える．そしてそのうえで導入されるラフ集合の基本概念を述べる．

関心のある対象の有限集合 $U(\neq\phi)$ を考えよう．U の任意の部分集合 X を U の概念あるいはカテゴリという．カテゴリの集合を U についての抽象的知識(簡単に知識)という．特に空集合 ϕ もカテゴリの一つとする．我々は U におけるカテゴリの集合のなかで，特に U の類別(classification) C について考える．すなわち $C=\{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$ であり，X_i $(i=1, \cdots, n)$ は以下の性質を満たす．

(1) あらゆる i に対して，$X_i \subseteq U, X_i \neq \phi$,

(2) あらゆる i, j に対して，$X_i \cap X_j = \phi$,

(3) $\cup_{i=1,\cdots,n} X_i = U$.

U の類別の集まりを U 上の知識ベースという．

以上の定義を類別の代わりにそれと同義の同値関係を用いて拡張すれば次のようになる．R を U の上の同値関係とし，U/R で R のすべての同値類の集合を表すとする．そしてこれらを R のカテゴリという．$[x]_R$ は $x \in U$ を含む R の一つのカテゴリである．$\boldsymbol{R}$ を同値関係の集合としたとき，これによって表現される知識ベースを $K=(U, \boldsymbol{R})$ で表す．

ここで，上の定義を理解するためきわめて簡単な具体例をあげよう．

［例 1］ 玩具の有限集合 $\{x_1, \cdots, x_8\}$ を色，形，大きさで類別することを考える．いま表1のようであったとする．

{色，形，大きさ} を属性の集合と呼び，A で表すことにする．関数 $f: U \times A \to V$ を考える．ただし，V は値の集合である．例えば $f(x_2, \text{形})=$正方形．このとき

$$(x, y) \in R_1 \Leftrightarrow f(x, \text{色}) = f(y, \text{色}),$$
$$(x, y) \in R_2 \Leftrightarrow f(x, \text{形}) = f(y, \text{形}),$$
$$(x, y) \in R_3 \Leftrightarrow f(x, \text{大きさ}) = f(y, \text{大きさ})$$

で定義すれば，R_1, R_2, R_3 は同値関係であり，次のように示される．

$$U/R_1 = \{\{x_1, x_3, x_7\}, \{x_2, x_4\}, \{x_5, x_6, x_8\}\}$$

表 1 玩具に関する知識

	色	形	大きさ
x_1	赤	丸い	小
x_2	青	正方形	大
x_3	赤	丸い	小
x_4	青	三角形	小
x_5	黄	丸い	小
x_6	黄	正方形	小
x_7	赤	三角形	大
x_8	黄	三角形	大

$$U/R_2 = \{\{x_1, x_3, x_5\}, \{x_2, x_6\}, \{x_4, x_7, x_8\}\}$$
$$U/R_3 = \{\{x_1, x_3, x_4, x_5, x_6\}, \{x_2, x_7, x_8\}\}$$

このとき，$\{x_1, x_3, x_7\}$ は R_1(色)の一つのカテゴリである．すなわち，これは色が赤いものを表している．また，$\{x_2, x_4\}$ は R_2(形)の一つのカテゴリである．すなわち，これは形が正方形であるものを表している．

$\boldsymbol{R}$ を U 上の同値関係の集合とし，$\boldsymbol{P} \subseteq \boldsymbol{R}$ $(\boldsymbol{P} \neq \phi)$ とする．このとき，$\cap \boldsymbol{P}$ はまた明らかに同値関係である．これを $IND(\boldsymbol{P})$ で表し，$\boldsymbol{P}$ についての識別不能関係という．特に知識ベース $K=(U, \boldsymbol{R})$ において $IND(\boldsymbol{R})$ を $IND(K)$ で表すこともある．$U/IND(K)$ を知識ベース $K=(U, \boldsymbol{R})$ における基本知識(basic knowledge)という．例1の基本知識は次のようになる．

$$U/IND(K) = \{\{x_1, x_3\}, \{x_2\}, \{x_4\}, \{x_5\}, \{x_6\}, \{x_7\}, \{x_8\}\}$$

例えば，$\{x_1, x_3\}$ は，色が赤で，形が丸くて，大きさが小さいものの集合であり，$\{x_2\}$ は，色が青で，形が正方形で，大きさが大きいものの集合である．この場合，我々の持っている知識ベース $K=(U, \boldsymbol{R})$ の属性では，対象 x_1 と x_3 が識別できないことに注意しよう．

$K=(U, \boldsymbol{P})$ と $K'=(U, \boldsymbol{Q})$ を二つの知識ベースとしよう．このとき K と K' は $IND(\boldsymbol{P})=IND(\boldsymbol{Q})$ のとき同等であるといい，$K \cong K'$ と書く．二つの知識ベースが同等であるということは，それらの対象の集合について K と K' は同じ事実(知識)を表現していると考えてよい．また $K=(U, \boldsymbol{P})$ と $K'=(U, \boldsymbol{Q})$ について，$IND(\boldsymbol{P}) \subseteq IND(\boldsymbol{Q})$ のとき，知識 $\boldsymbol{P}$ (知識ベース K) は知識 $\boldsymbol{Q}$ (知識ベース K') より詳しいといい，$\boldsymbol{Q}$ は $\boldsymbol{P}$ より粗いという．これは $\boldsymbol{P}$ での知識の量が $\boldsymbol{Q}$ での知識の量より多いことを意味していると解釈してもよ

い．ある同値関係によるすべての同値類がただ1個の要素からなる場合(例えば等値関係による類別)，この関係は最も正確な知識を表している．現実的にはこのような知識は一般に起こり得ないと考えるのが自然である．

上で述べたように，知識に関する理論の基本概念は類別とカテゴリである．カテゴリは与えられた知識ベースにおいて利用できる知識を使っての，対象の特徴(すなわち部分集合)づけであった．対象の集合 U を考えよう．いま，U のある部分集合が与えられた知識ベースにおいて定義できないとする．このときその知識ベースにおける近似の概念が導入される．この近似概念は知識をラフ集合論の立場から議論する際に中心的役割を果たすものである．$X \subseteq U$ とし，R を同値関係とする．X がいくつかの R-カテゴリの合併集合のとき，X は R-定義可能(R-definable)といわれ，そうでないとき X は R-定義不可能(R-undefinable)といわれる．R-定義可能集合はまた R-正確(R-exact)集合，R-定義不可能集合は R-不正確(R-inexact)集合とか R-ラフ(R-rough)集合と呼ばれる．U の部分集合 X に対して，X が $IND(K)$-正確になるとき，X を K において正確であるといい，$IND(K)$-ラフのとき X を K のラフ集合という．

[例2] 例1において $\{x_1, x_2, x_4\}$ は $K=(U, \{R_1, R_2, R_3\})$ におけるラフ集合である．

知識ベース $K=(U, R)$ が与えられたとしよう．$X \subseteq U$ と $R \in IND(K)$ に対して，次の二つの集合を考える．

$$\bar{R}X = \cup\{Y \in U/R \mid Y \cap X \neq \phi\}$$
$$\underline{R}X = \cup\{Y \in U/R \mid Y \subseteq X\}$$

$\bar{R}X$, $\underline{R}X$ をそれぞれ X の R-上近似(R-upper approximation)，R-下近似(R-lower approximation)という．$\bar{R}X$ は知識 R を用いて X の要素として類別され得る集合を表し，$\underline{R}X$ は知識 R を用いて X の要素として確実に類別される集合を表す．これらを図示すれば図1のようになる．

このとき，容易に次のことが示される．

〈性質1〉

(1) X は R-定義可能$\Leftrightarrow \bar{R}X=\underline{R}X$

(2) X は R-ラフ$\Leftrightarrow \bar{R}X \neq \underline{R}X$

(3) $\underline{R}X \subseteq X \subseteq \bar{R}X$

(4) $\underline{R}\phi=\bar{R}\phi=\phi$, $\underline{R}U=\bar{R}U=U$

(5) $\underline{R}(X \cap Y)=\underline{R}X \cap \underline{R}Y$,
$\bar{R}(X \cup Y)=\bar{R}X \cup \bar{R}Y$

(6) $\bar{R}(X \cap Y) \subseteq \bar{R}X \cap \bar{R}Y$,
$\underline{R}(X \cup Y) \supseteq \underline{R}X \cup \underline{R}Y$

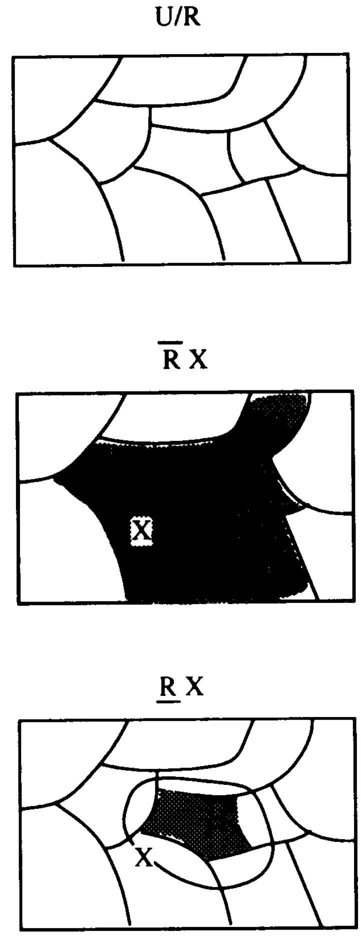


図1 R-上近似と R-下近似

(7) $X \subseteq Y \Rightarrow \bar{R}X \subseteq \bar{R}Y$, $X \subseteq Y \Rightarrow \underline{R}X \subseteq \underline{R}Y$

(8) $\underline{R}(-X)=-\bar{R}X$, $\bar{R}(-X)=-\underline{R}X$

(9) $\overline{\bar{R}R}X=\underline{R}\bar{R}X=\bar{R}X$, $\underline{R}\underline{R}X=\bar{R}\underline{R}X=\underline{R}X$

この性質は，$\bar{R}$, $\underline{R}$ をそれぞれ閉包作用子，開核作用子に対応させることによって，ある意味で不正確の位相的特徴づけを示すものである．このような理論的背景を基礎として，ラフ集合理論はその広範な応用可能性が確立されるのである．

3. ラフ集合と論理・推論

ラフ集合と知識情報の関係を前章で紹介した．この場合，そこでの知識は，現実的な意味で「粗い」もので，一般に不確実なものであった．そしてこれに対して，近似(approximation)という概念が導入された．このような知識情報のうえでの論理および推論はどのように体系づけられるであろうか．その最も基本的なもののみを概説してみよう．

例1を抽象化して，システム $S=(OB, AT, \{VAL_a\}_{a \in AT}, f)$ を考え，これを情報システム(information system)とか知識システム(knowledge system)という．ただし，OB は対象(object)の集合を表し，AT は属性(attribute)の集合を表す．VAL_a は各 $a \in AT$ に対する値の集合であり，$\cup\{VAL_a\}$ を VAL で表す．f は $OB \times AT$ から VAL のなかへの写像である．

［例3］ 前回の例1から得られる知識システムは次のようである．

$$OB = U = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8\}$$
$$AT = \{\text{色，形，大きさ}\}$$
$$VAL_{\text{色}} = \{\text{赤，青，黄}\},$$
$$VAL_{\text{形}} = \{\text{丸い，正方形，三角形}\},$$
$$VAL_{\text{大きさ}} = \{\text{大，小}\}$$

f は例1の表で示される．

知識システムに基づく論理はある種の様相論理となる．上-近似，下-近似の演算は性質1から様相論理における「可能」,「必然」に対応する．すなわち，与えられた知識システム S に対して，OB の上の2項関係 $ind(S)$ を次で定義する．

$$(o, o') \in ind(S) \Leftrightarrow \text{すべての } a \in AT \text{ に対して，} f(o, a) = f(o', a)$$

この $ind(S)$ は同値関係であることは容易にわかる．いま，モデル M と対象 o に対して，様相論理式$[R]A$ の解釈を次のように定義する．

$$M, o \models [R]A \Leftrightarrow (o, o') \in ind(S) \text{ であるすべての } o' \text{ について } M, o' \models A.$$

したがってこの知識システムに基づく論理系は，S5様相論理になる．したがって，このS5様相論理における推論形式がきわめて有効に用いられる．

古典様相論理のモデルを考えるとき，様相演算にどんな2項関係を対応させるかによっていろいろな論理系が定義された．ここで考えた知識システムは種々に拡張される．例えば，データに欠損がある場合(不完全知識システム)，また $f: OB \times AT \to 2^{VAL}$ で定義される場合(非決定知識システム)，等々がそれである．これらに対応する論理系が何であるか，その推論はどのようになされるか，などについては，文献を参照されたい(例えば[Nakamura 91, Nakamura 93, Nakamura 95, Nakamura to appear Orlowska 84])．さらに，時相知識システム(temporal knowledge system)という時間に依存する情報システムも考えられている．これには時相論理がまったく自然に対応しその推論方式が形式化されている．最近，様相論理・時相論理が人工知能研究に大きな役割を果たしているが，ここでもこれらのさまざま論理が多大の貢献をしている．

4．ラフ集合と機械学習

ラフ集合は，目標となるクラスに従属する集合をある属性値を満たす集合でどのように被覆できるかという問題から出発している．換言すれば，これは目標となるクラスに従属する標本で表される集合が，概念を表す属性と属性値との対を満たす集合でどのように表すことができるかという問題とみなせる．このような観点から，ラフ集合はデータベースからの知識獲得の手法の一つとして注目を浴び，研究が行われている．

4・1 Pawlak の方法

Pawlak[Pawlak 91]は知識提供者(knower)と学習者(learner)とがいると仮定し，知識提供者が表1に示されるような表形式の知識を与えるとし，学習者がここで与えられている属性に関する知識で，ある標本がどのクラスに分類されるかを判断する知識を学習するというモデルを立て，学習過程がラフ集合でどのように表現できるかを考えた．この考え方に基づけば，もし知識提供者が与える知識(C)によって学習者の獲得できる知識(B)が依存していると考えられ，これを従属度と考えれば，

$$k = \gamma_B(C) = \frac{card\ POS_B(C)}{card\ U}$$

という指標を定義できる．ここで，U は訓練標本全体を示し，$POS_B(C)$ は与えられた概念(C)に対する学習した知識(B)による分類の下近似である．Pawlak は，これを学習の質(quality of learning)と呼んでいるが，これは言い換えれば，訓練標本のうちで，属性と属性値との対で完全に分類できる割合を示している．

以上のように，Pawlak のモデルに基づく手法は与えられた知識が無矛盾であれば，それを分類する知識は必ず獲得され，$\gamma = 1.0$ という形で表される．このようなモデルは，(属性，値)の対で表現されたような分類データベースから分類の知識を抽出するものと考えることができ，いわゆる経験的学習(empirical learning)[Michalski 83]の手法をラフ集合の観点から見たものとなっている．しかしながら，現実のデータにこのような手法を適用する場合，このような Pawlak の手法は次のような問題点を持っている．

1)決定アルゴリズムを求める手法は属性が多いとき，計算コストが高くなる可能性がある．2)下近似による手法はデータベースの無矛盾性が高くないとき，適切な知識が獲得できない．

このような二つの問題点は必ずしもラフ集合による手法のみの問題点とはいえないが，ラフ集合による学習および知識獲得の手法の研究者は以上の二つの問題点を解決することを中心に研究を進めている[Slowinski 92, Ziarko 93c]．以下では，このような手法のうち，代表的なものについて説明することにする．

4・2 ZiarkoのVariable Precision Rough Set Model (VPRS)

Ziarkoは，Pawlakの方法が下近似に基づくことからの問題点を上近似を使うことにより解決しようとした[Ziarko 93a]．しかし，ただ上近似を使うのみでは分類能力の低い決定アルゴリズムを導出する可能性があるため，まず誤判別率(=1.0−正確度)に正確度しきい値(precision)βを設定し，このしきい値以下の誤判別率を示す決定アルゴリズムの導出を行うように拡張した．この場合，しきい値以上の正確度を示す上近似の領域が，拡張された下近似$POS(B, C, \beta)$(あるいは$\underline{R_\beta}C$)のなかに含まれることになる．

まず，Ziarkoの定式化では，正確度αに対して次のような誤判別度$c(B, C)$を定義する．

$$c(B, C)=\begin{cases} 1-\dfrac{card(B\cap C)}{card(B)}, & \\ & if \quad card(B)>0 \\ 0, & if \quad card(B)=0 \end{cases}$$

この定義を利用すれば，$c(B, C)=0$のとき，BがCの部分集合，つまり下近似を表すことが示せる．

$$B\subseteq C \quad iff \quad c(B, C)=0$$

ここで，precisionをβとすれば，上記の包含関係の拡張として，

$$B\overset{\beta}{\subseteq} C \quad iff \quad c(B, C)\leq\beta$$

を定義できる．したがって，β-下近似として

$$\underline{R_\beta}C=\cup\{E\in R^* \mid E\overset{\beta}{\subseteq} X,\} \quad \text{or}$$
$$\cup\{E\in R^* \mid c(E, X)\leq\beta\}$$

が定義でき，同様にβ-上近似として，

$$\underline{R_\beta}C=\cup\{E\in R^* \mid c(E, X)<1-\beta\}$$

が定義できる．ここで，R^*は問題空間Uを同値類で分割したものを要素とした集合を示している．以上のような定義は，前節までに説明されたラフ集合についての重要な性質をすべて保存しており，しきい値を1.0に指定すれば，Pawlakの方法と同等になる．したがって，このモデルはラフ集合の算法を自然な形で拡張しており，理論上もよく整備されている[Ziarko 93a]．

4・3 Grzymala-BusseのLERS

Grzymala-Busse[Grzymala-Busse 92]もZiarkoと同様の問題点を解決するために上近似の利用を考案し，ルールを導出するシステムLERS(Learning from Examples based on Rough Sets)を開発した．彼の手法はZiarkoのようにラフ集合の考え方そのものは変更せず，ラフ集合で得られた上近似と下近似について，それらから規則を導出する規範を定め，その規範を満たす規則を取り出そうというものである．この場合，二つのオプションがあり，最適な規則のみを導出するsingle optionとすべての規則を導出するall optionとが存在している．また，それぞれのoptionに対して規範に対するoptionとしてlocal optionとglobal optionとが用意されている．ここでのlocalとglobalとは属性の選択に関して，その属性の分類能力のみを規範として選択するものをlocal optionと定義，属性に対する優先順位などの知識を取り入れつつ，データベース全体での整合性を取りつつ属性を除去していくものをglobal optionと定義している．

4・4 津本-田中のPRIMEROSE

津本，田中はラフ集合のノウハウを利用してエキスパートシステムの規則をデータベースから自動的に導出するシステムPRIMEROSEを開発した[Tsumoto 94, Tsumoto 95]．その手法はVPRSとLERSの考え方とは異なり，積極的に上近似を使ったルール導出を行うと同時に，確率的指標を二つ用意することにより，導出されたルールの信頼度を推定させることに重点を置き，推定には，交叉検証法およびブートストラップ法[Efron 94]といったリサンプリング法を適用している．

5. 最近の動向

ラフ集合理論に関する国際ワークショップは，1992年にPolandのPoznanで第1回が開かれて以来，1993年はCanada(Banff)，1994年はUSA(San Jose)，1995年はUSA(Wilmington, NC)において開催され，活発な研究活動が行われている．特に，1995年のワークショップは，第4回ファジイ理論と技術に関する国際会議(Fuzzy Theory & Technology '95)内の一つのワークショップとして開かれ，やわらかな情報処理を別な観点から研究している両分野の研究者が互いに活発な批判や意見交換を行っていた．このことは，これらの分野が今後健全な発展をしていくうえで，

非常に好ましい傾向であると思われる．

最近の新しい研究動向としては，Rough Control という応用分野に関連した基礎理論として，ラフ微分，ラフ積分，ラフ微分方程式などの概念が提案され注目されており，興味深い[Pawlak 87, Pawlak 95a]．また，群や半群上に，ラフ集合理論における上近似，下近似の概念を導入し，その数学的に興味深い構造も明らかにされつつある[Kuroki 95]．

また一方で，言語のような無限族を概念族として取り扱えるようにラフ集合理論を拡張して，学習理論を展開している研究もある[Kobayashi 94]．そこでは，目標概念の具体例が与えられたとき，目標概念を仮説空間によって上近似，下近似した結果を同定することが，学習の目的になっている．このような近似学習の特徴づけ定理[Kobayashi 95a]や，正則言語族が k-可逆言語族によって正例のみから上近似学習可能であること[Kobayashi 95b]などが，示されている．

ラフ集合理論は，その理論面だけでなく応用面においても，産業などへの応用に向けての基礎技術として世界的に注目されつつある．この事実は，Communications of the ACM の "New Horizons of Commercial and Industrial AI" と題された特集において，ラフ集合理論が取り上げられていることからもうかがえる[Pawlak 95b]．日本においては，まだ研究者の数が必ずしも多いとはいえないが，本稿によって，関連分野の研究者が，この分野に興味を持ってくださることになれば幸いである．ちなみに，第5回ラフ集合理論に関する国際ワークショップは，東京(東京大学)において，1996年11月に開かれる予定である．

謝　辞

本解説について有益なコメントをいただいた東京大学工学部石塚　満教授に感謝します．

◇参　考　文　献◇

[Efron 94] Efron, B. and Tibshirani, R.: *An Introduction to the Bootstrap*, Chapman and Hall, London (1994).

[Grzymala-Busse 92] Grzymala-Busse, J. W.: LERS—A system for Learning From Examples based on Rough Sets, R. Slowinski (ed.), *Intelligent Decision Support, Handbook of Application and Advances of the Rough Set Theory*, pp. 3-18, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht (1992).

[Kobayashi 94] Kobayashi, S. and Yokomori, T.: An Extended Rough Set Theory Toward Approximate Learning of Formal Languages, *Proc. 3rd Int. Workshop on Rough Sets and Soft Computing*, pp. 482-489 (1994).

[Kobayashi 95a] Kobayashi, S. and Yokomori, T.: On Approximately Identifying Concept Classes in the Limit, *Proc. 6th Workshop on Algorithmic Learning Theory*, pp. 298-312, Lecture Notes in Artificial Intelligence, 997, Springer-Verlag (1995).

[Kobayashi 95b] Kobayashi, S. and Yokomori, T.: Approximately Learning Regular Languages with Respect to Reversible Languages: A Rough Set Based Analysis, *Proc. 2nd Annual Joint Conf. on Information Sciences*, pp. 91-94 (1995).

[Kuroki 95] Kuroki, N.: Rough Ideals in Semigroups, *Proc. 2nd Annual Joint Conf. on Information Sciences*, pp. 502-505 (1995).

[Lipski 79] Lipski, W., Jr.: On semantic issues connected with incomplete information database, *ACM Trans. on Database System*, Vol. 4, pp. 269-296 (1979).

[Lin 94] Lin, T. Y.: *Proc. 3rd Int. Workshop on Rough Sets and Soft Computing*, Nov. 10-12, San Jose (1994).

[Michalski 83] Michalski, R. S.: A Theory and Methodology of Machine Learning, R. S. Michalski, J. G. Carbonell and T. M. Mitchell (eds.), *Machine Learning—An Artificial Intelligence Approach*, pp. 83-134, Morgan Kaufmann, CA (1983).

[Nakamura 91] Nakamura, A. and Gao, G.-M.: A logic for fuzzy data analysis, *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 39, pp. 127-132 (1991).

[Nakamura 93] Nakamura, A.: On a multi-modal logic based on the graded classifications, *Foundations of Computing and Decision Sciences*, Vol. 18, pp. 275-291 (1993).

[Nakamura 95] Nakamura, A.: Graded modalities in rough logic, *Proc. 2nd Annual Joint Conf. on Information Sciences*, pp. 251-254 (1995).

[Nakamura to appear] Nakamura, A.: A rough logic based on incomplete information and its application, to appear in *Int. J. of Approximate Reasoning*.

[Orlowska 84] Orlowska, E. and Pawlak, Z.: Logical foundations of knowledge representation, Part I, PAS Reports, 537 (1984).

[Pawlak 87] Pawlak, Z.: Rough Functions, *Bull. Pas, Tech. Ser.*, Vol. 35, No. 5-6, pp. 249-251 (1987).

[Pawlak 91] Pawlak, Z.: Rough Sets—Theoretical Aspects of Reasoning about Data—, Kluwer Acad. Pub. (1991).

[Pawlak 93] Pawlak, Z.: Rough Sets—Present State and the Future, *Foundations of Computing and Decision Sciences*, Vol. 18, pp. 157-166 (1993).

[Pawlak 95a] Pawlak, Z.: On rough derivatives, rough integrals and rough differential equations, ICS, WUT, Report 41/95 (1995).

[Pawlak 95b] Pawlak, Z, *et al.*: Rough sets, to appear in Special Issue on "New Horizons of Commercial and Industrial AI", T. Munakata (ed.), *CACM*, Vol. 38, No. 11, pp. 88-95 (1995).

[Slowinski 92] Slowinski, R. (ed.): *Intelligent Decision Support*, Kluwer Acad. Pub. (1992).

[Tsumoto 94] Tsumoto, S. and Tanaka, H.: Induction of Medical Expert System Rules based on Rough Sets and Resampling Methods, *Proc. 8th Annual Symp. on Computer Applications in Medical Care*, (*J. AMIA*, Vol. 1, supplement), pp. 1066-1070 (1994).

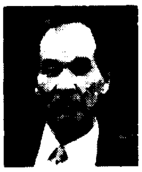
[Tsumoto 95] Tsumoto, S. and Tanaka, H.: PRIMEROSE: Probabilistic Rule Induction Method based on Rough Sets and Resampling Methods, *Computational Intelligence*, Vol. 11, pp. 389-405 (1995).

[Ziarko 93a] Ziarko, W.: Variable Precision Rough Set Model, *J. Computer and System Sciences*, Vol. 46, pp. 39-59 (1993).

[Ziarko 93b] Ziarko, W.: The First International Workshop on Rough Sets, *AI Magazine*, pp. 29-31 (1993).

[Ziarko 93c] Ziarko, W. (ed.): *Proc. Int. Workshop on Rough Sets—Knowledge Discovery*, Univ. of Regina (1993).

著　書　紹　介



中村　　昭

1953 年広島文理科大学卒業. 1963 年理学博士(名古屋大学). 1966～68 年ノースカロライナ大学情報科学科客員助教授. 1970 年広島大学工学部教授. 1991 年明治大学理工学部教授. 同年, 広島大学名誉教授. 現在に至る. ディジタル画像解析の基礎理論, および情報論理数学の研究と教育に従事. *Studia Logica* の Advisory Editor, *Information Sciences* の Associate Editor. 情報処理学会会員.

津本　周作(正会員)

1989 年大阪大学医学部卒業. 同年, 千葉大医学部附属病院医員(神経内科). 1990 年松戸市立病院救急部医員. 1991 年千葉大学医学部附属病院医員(医療情報部). 1993 年東京医科歯科大学助手. 1993 年医療情報学連合大会優秀論文賞受賞. IEEE, ACM, AAAI, AMIA 会員.

田中　　博(正会員)

1974 年東京大学工学部計数工学科卒業. 1976 年同大学院修士課程修了. 1982 年東京大学医学部講師. 1987 年浜松医科大学助教授. 1990 年米国 MIT 客員研究員. 1991 年東京医科歯科大学教授. 1995 年情報医科学センター長. 工学博士, 医学博士. 1984 年心電学会優秀論文賞受賞. 著書「医用電子工学概論」,「逆問題」,「エキスパートシステム構築の方法」.

小林　　聡(正会員)

1988 年東京大学工学部航空学科卒業. 1990 年同大学院工学系研究科修士課程修了. 1993 年同大学院博士課程修了. 同年 4 月より電気通信大学情報工学科助手. 博士(工学). 計算論的学習理論の研究に従事. 特に, 形式言語の学習, その遺伝子情報処理への応用, および高速化学習に興味を持つ. EATCS, 電子情報通信学会, 情報処理学会各会員.