

重み付き部分 MaxSAT 問題における基数制約符号化手法の改良

Improvement in CNF Encoding of Cardinal Constraints for Weighted Partial MaxSAT

早田 翔^{1*} 長谷川 隆三²
Sho Hayata¹ Ryuzo Hasegawa²

¹ 九州大学大学院システム情報科学府

¹ Graduate School of Information Science and Electrical Engineering

² 九州大学大学院システム情報科学研究所

² Faculty of Information Science and Electrical Engineering

Abstract: Weighted Partial MaxSAT(WPMS) is a generalization of Satisfiability problem. Many optimization problems can be reduced to WPMS in polynomial time. So it is important to develop MaxSAT solvers. Cardinality constraints plays important role in solving MaxSAT. In this paper, we propose Weighted Totalizer(WTO) and Partial Encoding(PE). WTO is based on Totalizer(TO), and use less variables and clauses than TO. PE is a new encoding method, which is optimized for particular WPMS problems. Our experimental results show the effectiveness of these methods.

1 はじめに

重み付き部分 MaxSAT 問題 (Weighted Partial Max SAT Problem : WPMS 問題) とは, 重みを与えられた CNF 式に対して充足できない節の重み総和の最小値を求める最適化問題である [3][4][5]. 様々な最適化問題は多項式時間で WPMS 問題に帰着可能であるため, このような問題を解く MaxSAT ソルバーを高速化することは重要である. WPMS の解法としては, SAT ソルバーを利用して解を求める手法が主流である. SAT ソルバーは CNF 式しか解釈できないため, 重みに関する情報を CNF 式に符号化する必要がある (基数制約符号化). 符号化のサイズが大きければ SAT ソルバーの推論に要する時間も増大するため, 符号化の効率化が MaxSAT ソルバーの性能を決める要因の 1 つとなる.

本研究で用いる重み付き部分 MaxSAT ソルバー QwMaxSAT は, 部分 MaxSAT ソルバー QMaxSAT を WPMS 問題に対応させたものである [1][2]. WPMS 問題の符号化に関しては QMaxSAT がとる手法を単純に重み付きに対応させる実装にとどまっており, 重み付き問題を解くことが出来るものの最適化の余地を大きく残している.

本稿では, QwMaxSAT について既存の符号化手法の改良と, 新しい符号化手法の 2 点を提案する. また, QwMaxSAT の既存の符号化手法と比較実験を行い, 提

案手法の有効性について評価する.

2 提案手法

2.1 Weighted Totalizer

QwMaxSAT は 3 つの符号化手法を問題に応じて使用している. Bailleux らによる Totalizer(TO)[6], 小川らによる Modulo Totalizer(MTO)[7], Warners による符号化方式 (Warners)[8] である. これまでの研究で, PMS 問題に関しては TO や MTO が Warners と比べて良い性能を示すことが分かっている. しかし WPMS 問題においては TO や MTO はソフト節の重みに大きく依存する実装となっておりメモリアウトしやすいため, 現状では Warners による符号化が一番性能が良い. そのため TO や MTO を重みに依存しにくい実装に改良することで, PMS 問題と同様に Warners よりも良い性能が見られることが期待される. 本稿では TO を WPMS 問題に対して効率化した Weighted Totalizer(WTO) を提案する.

TO では重みを 1 進数で表現, つまり重みの数だけ新たに変数を生成している. WTO では 1 進数による表現を廃止し, 重みの部分 1 つにつき 1 つの変数を生成する. これにより, TO で大量に生成されていた冗長な変数・節を省略することができる. また, TO では 1 回目の推論で得られた暫定の非充足節の重み総和 k よりも大きな部分に関しては節と変数を省略してい

*連絡先: 九州大学大学院システム情報科学府情報学専攻
〒 819-0395 福岡県福岡市西区大字元岡 744 ウェスト二号館 914
E-mail: show1415@gmail.com

たが、WTO も同様に節と変数を省略するように実装している。

また、開発段階ではあるが MTO に同様の処理を施すことで Weighted Modulo Totalizer(WMTO) に改良することが出来る。MTO は重みのある定数で割った商と剰余について 1 進数で表現している。これを WTO と同様に商に関する部分積、剰余に関する部分積で管理することで節・変数を削減することができる。

図 1 は WTO 本体の計算手続きである。基本的な構造は TO と同様である。WTO は n 個の変数からなる系列 $\{i_1, \dots, i_n\}$ を入力にとり、出力として変数の系列 $\{o_1, \dots, o_m\}$ と節を生成する。入力を受け付けると WTO は入力変数を 2 つに分け、WTO を再帰的に呼び出す。そしてその結果 $\{i_1, \dots, i_{n/2}\}$ から変数系列 $\{p_1, \dots, p_r\}$ と節 ϕ_1 を生成し、 $\{i_{n/2+1}, \dots, i_n\}$ から変数系列 $\{q_1, \dots, q_s\}$ と節 ϕ_2 を生成する。その後加算器 (WUA) にそれらの変数系列を渡し変数系列 $\{o_1, \dots, o_m\}$ と節 ϕ を生成する。最後にサイズ m の変数系列 $\{o_1, \dots, o_m\}$ と $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi$ を出力し、計算を終了する。部分積の種類だけ変数が生成されるため、 m は最小のとき入力変数の個数 n 、最大で重み総和と同じ値となる。

図 2 は WTO の加算器の部分の計算手続きである。サイズ m の変数系列 $\{p_1, \dots, p_m\}$ とサイズ n の変数系列 $\{q_1, \dots, q_n\}$ を受け取る。受け取った変数に対応する重み和集合から、新たな重み和集合を計算し、その集合のサイズだけ変数系列 $\{r_1, \dots, r_s\}$ を生成する。また、その変数に関する節集合 ϕ を生成する。 f は重み σ に対応する変数番号を返す関数である。 p_i, q_j の重みをそれぞれ $w(p_i), w(q_j)$ とすると、 ϕ の各節は、 p_j と q_j の重み和が σ となることを表している。

$$\begin{aligned}
 WTO(\langle i_1, \dots, i_n \rangle) &= (\langle o_1, \dots, o_m \rangle, \Phi \wedge \Phi_1 \wedge \Phi_2) \\
 WTO(\langle i_1, \dots, i_{n/2} \rangle) &= (\langle p_1, \dots, p_r \rangle, \Phi_1) \\
 WTO(\langle i_{n/2+1}, \dots, i_n \rangle) &= (\langle q_1, \dots, q_s \rangle, \Phi_2) \\
 WUA(\langle p_1, \dots, p_r \rangle, \langle q_1, \dots, q_s \rangle) &= (\langle o_1, \dots, o_m \rangle, \Phi) \\
 WTO(\langle i_1 \rangle) &= \langle i_1 \rangle \quad (n = 1) \\
 n \leq m \leq \sum_{x=1}^n w(i_x)
 \end{aligned}$$

図 1: WTO の本体

2.2 Partial Encording

MaxSAT Evaluation の WPMS 問題の中には、ソフト節の重みに関して特殊な問題が多数存在する。例えば、重み 1 のソフト節が 580 個、重み 581 のソフト節が 1600

$$\begin{aligned}
 WUA(\langle p_1, \dots, p_m \rangle, \langle q_1, \dots, q_n \rangle) &= (\langle r_1, \dots, r_s \rangle, \Phi) \\
 \Phi &= \bigwedge_{i=0}^m \bigwedge_{j=0}^n (\bar{p}_i \vee \bar{q}_j \vee r_{f(\sigma)}) \\
 p_0 = q_0 = r_0 &= 1 \\
 w(p_i) + w(q_j) &= \sigma \\
 w(p_0) = w(q_0) &= 0
 \end{aligned}$$

図 2: WTO の加算器部分

個あるような問題である。すなわち、あるソフト節の重みを W_i 、それよりも小さい重みの総和を $WSUM_i$ とすると、全ての i について $W_i > WSUM_i$ が成り立つ。このような問題を本稿では可変進数 WPMS 問題と呼ぶことにする。Partial Encording は、可変進数 WPMS 問題について重みが同じような節をグループに分け、それぞれに PMS 用の符号化を適用することで生成節・変数を大幅に減らすことを目的としている。

上記のような問題例で TO を利用する場合を説明する。1 回目の推論で非充足なソフト節の重み総和 k が 11620 だったとする。このとき $k = 1 \times 15 + 581 \times 20$ と表現できる。重み 581 の部分に関して TO を $k = 20$ として適用し、重み 1 の部分には $k = 580$ として適用する。重み 581 の部分の TO を TO_{581} 、重み 1 の部分の TO を TO_1 とする。 TO_1 に関して $k = 15$ とすることができないのは、重み 581 の節は必ず 20 以下にしなければならないが、重み 1 の節は必ずしも 15 個以下とは限らないためである。それぞれ TO を適用した後は、 TO_{581} に関して $k = 20$ のときに限り TO_1 に関して k を 15 未満にするような制約を表す節を追加する。これ以外の部分は通常の TO と同じように扱うことで Partial Encording が実現できる。

3 実験

3.1 実験環境

本研究の実験は以下の環境で行った。

- CPU
Intel(R) Xeon(R) CPU X5570 @2.93GHz
- メモリ
48GB
- OS
Linux diamond 2.6.18-402.el5

- 問題セット
MaxSAT Evaluation 2014 から
Crafted 部門 310 問
Industrial 部門 410 問
- 制限時間
1800 秒

3.2 実験 1

TO を改良した WTO がどれくらいの性能が調べるための比較実験を行った。比較対象は TO, MTO, Warners, auto である。auto とは MaxSAT Evaluation 2014 に出場時のオプションで、重みの総和 W_{sum} と 1 回目の非充足ソフト節の重み総和 k の値に応じて符号化方式を選択する。具体的には $W_{sum} * k < 2^{15}$ のとき TO, $k < 3$ のときは Warners, $W_{sum} < 2^{17}$ のとき MTO, それ以外の場合は全て Warners を使用している。

解答数と平均解答時間を表 1, 生成した節・変数の数をそれぞれ重み総和で割った値の平均を表 2 に示す。数値の欄は左が解答数で右が平均解答時間 (単位: 秒) である。平均解答時間については、タイムアウトを 1800 秒として計算している。TO と比べるとどの部門においても解答数・平均解答時間が改善しているが、Industrial 部門で特に成績が伸びていることが分かる。生成節・変数のサイズはともに TO の約半分程度に削減することが出来た。MTO と比べると全体的には劣っているものの、Industrial 部門では平均解答時間がわずかに早くなっている。図 3 は MTO と WTO の解答時間について詳しく比較したグラフである。グラフ上の 1 つの点が 1 つの問題に対応している。横軸は MTO での解答時間、縦軸は WTO の解答時間であるので、点が対角線よりも右下にプロットされているほど WTO が早いということになる。グラフを見ると MTO では解けていたが WTO では解けなくなっている問題を除けば全体的には計算時間が改善されており、MTO では解けなかったが WTO では高速に解けている問題もいくつか確認できる。このことから、Industrial 部門では auto に WTO を組み込むことで高速化が期待できる。どのような基準で WTO を使用するかについては高速に解けた問題と W_{sum} , k の関連性を解析する必要があり、今後の課題である。

3.3 実験 2

可変進数 WPMS 問題に対する Partial Encording の効果について比較実験を行った。重みなしの符号化としては TO と MTO を使用した。それぞれを P-TO, P-MTO と呼ぶことにする。比較対象は実験 1 と同様で

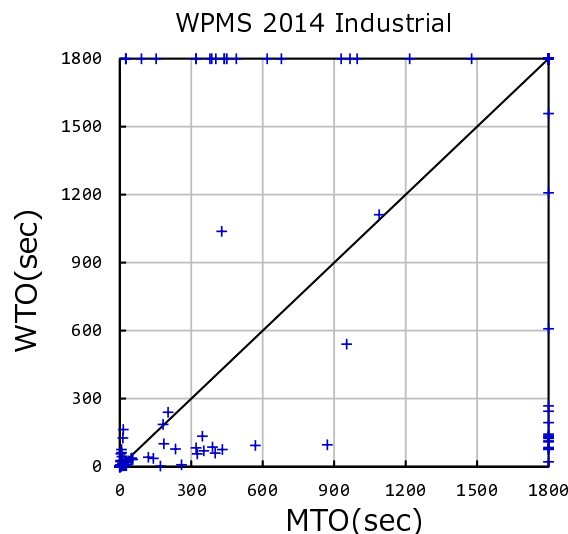


図 3: MTO と WTO の解答時間の比較

ある。使用した問題は実験 1 で使用した問題のうち可変進数の形になっている問題 234 問である。

実験の結果を表 3, 生成節・変数の数と重み総和の関係を表 4 に示す。表 4 については、TO, MTO は大半がメモリアウトしており評価するための十分なサンプルがないため評価の対象から外している。P-TO について、TO では符号化の段階でメモリアウトしていた問題の大半を符号化することができ、MaxSAT 解を導出できるようになった。Crafted/frb に関しては解答時間が逆に増えてしまった。この問題群は重みが軽い問題が多いため、Partial Encording の効果が薄かったと考えられる。Warners と比較すると問題数、解答時間もともに上回ることが出来ている。MTO は基本的に TO よりも性能が良いため、P-MTO も P-TO よりも性能が良い結果となっている。図 4 は Warners と P-MTO の解答時間について詳しく比較したグラフである。両手法で解けなかった問題を除けば全ての問題において Warners を大きく上回っていることがわかる。

4 おわりに

QwMaxSAT の符号化手法 TO を改良し、WTO を開発した。TO の性能を大幅に改善することができ、MTO と近い性能を示している。問題によって MTO と WTO の性能差があるため、適切に使い分けることで QwMaxSAT の性能向上が期待できる。

また、特定の WPMS 問題 (可変進数 WPMS 問題) に対して既存の符号化手法よりも優れた手法 Partial Encording を開発した。このような問題のほとんどは重みがかなり大きく、従来は Warners による符号化で

表 1: MaxSAT Evaluation 2014 WPMS 問題の解答数・平均解答時間

	Crafted		Industrial		Total	
	(310)	average(sec)	(410)	average(sec)	(720)	average(sec)
auto	156	927.21	301	593.40	457	737.12
TO	100	1252.20	56	1571.11	156	1433.80
MTO	147	1006.86	118	1329.64	265	1190.67
Warners	148	981.57	300	595.98	448	762.00
WTO	109	1194.17	115	1320.54	224	1266.13

表 2: MaxSAT Evaluation 2014 WPMS 問題における生成節・変数と重み総和の関係

	AVERAGE($variables/W_{sum}$)	AVERAGE($clauses/W_{sum}$)
TO	6.13	1626.73
MTO	1.77	70.62
Warners	0.56	3.58
WTO	2.93	959.88

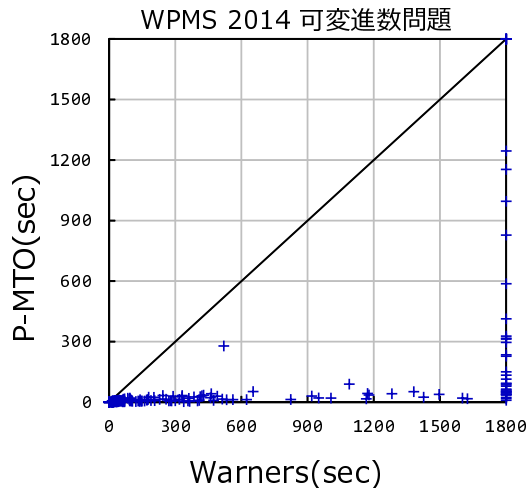


図 4: Warners と P-MTO の解答時間の比較

しか対応できなかったが、Partial Encoringにより重みなしとして符号化を適用することができるようになった。従来手法との比較ではかなりの性能改善が見られる。重みの小さな可変進数 WPMS 問題は従来手法である TO が最も良い性能を示しているため、重みの大きな可変進数問題に対してのみ Partial Encoring を用いるようにすれば QwMaxSAT の性能を向上できる。さらに、WMTO を用いれば Partial Encoring の機構を自然と再現できるため、WMTO の実現が課題点である。

謝辞

本研究は科研費 (25330085,25330262) の助成を受けたものである。

参考文献

- [1] 越村 三幸, 有村 寿高.: 基数制約の SAT 符号化を用いた MaxSAT ソルバーの試作, 人工知能学会第 28 回全国大会, 1D4-OS-11a-4(2014)
- [2] Miyuki Koshimura, Tong Zhang zhang, Hiroshi Fujita, Ryuzo Hasegawa.: QMaxSAT: A Partial Max-SAT Solversystem description. Journal on Satisfiability, Boolean Modeling and Computation 8 (2012) 95–100
- [3] Chu Min Li and Felip Many'a.: MaxSAT, Hard and Soft Constraints, chapter 19, pages 613–631. In Biere et al.[4], 2009.
- [4] 井上 克巳, 田村 直之.: SAT ソルバーの基礎. 人工知能学会誌, 25(1):57–67, 2010.
- [5] 平山 勝敏, 横尾 真.: *-SAT : SAT の拡張. 人工知能学会誌, 25(1):105–113, 2010.
- [6] Olivier Bailleux and Yacine Boufkhad.: Efficient CNF Encoding of Boolean Cardinality Constraints. In Proceedings of 9th International Con-

表 3: MaxSAT Evaluation 2014 可変進数 WPMS 問題における実験結果

	Crafted/frb		Industrial/haplotyping-pedigrees		Industrial/upgradeability-problem		Total	
	(34)	average (sec)	(100)	average (sec)	(100)	average (sec)	(234)	average (sec)
auto	32	146.52	93	336.73	75	564.80	200	406.56
TO	33	82.49	0	1800.00	0	1800.00	33	1550.45
P-TO	32	133.88	97	127.62	90	354.82	219	225.62
MTO	32	146.44	27	1352.75	0	1800.00	59	1368.60
P-MTO	33	104.37	96	90.79	97	120.66	226	105.53
Warners	25	570.70	93	336.73	75	564.80	193	468.19
WTO	33	82.63	41	1092.99	0	1800.00	74	1248.33

表 4: MaxSAT Evaluation 2014 可変進数 WPMS 問題における生成節・変数の数と重み総和の関係

	AVERAGE($variables/W_{sum}$)	AVERAGE($clauses/W_{sum}$)
Warners	0.020	0.078
P-TO	0.011	1.13
P-MTO	0.0076	0.058

ference on Principles and Practice of Constraint Programming (CP 2003), pages 108–122, 2003.

- [7] Toru Ogawa, YangYang Liu, Ryuzo Hasegawa, Miyuki Koshimura, and Hiroshi Fujita.: Modulo Based CNF Encoding of Cardinality Constraints and Its Application to MaxSAT Solvers. In Proceedings of IEEE 25th International Conference on Tools with Artificial Intelligence(ICTAI 2013), pages 9–17, 2013.
- [8] Joost P. Warners.: A linear-time transformation of linear inequalities into conjunctive normal form. Information Processing Letters, 68:63–69, 1998.