

数学におけるテンプレート方式の解答への図形フィードバックを可能とする学習支援システムの学習活動の評価

Evaluation of Learning Activities of a Learning Support System enabling for Graphical Feedback to Template-Based Answers in Mathematics

黒川 魁¹ 東本 崇仁² 堀口 知也³ 平嶋 宗⁴

Kai KUROKAWA¹, Takahito TOMOTO², Tomoya HORIGUCHI³, Tsukasa HIRASHIMA⁴

¹ 東京工芸大学大学院工学研究科

¹Graduate School of Engineering, Tokyo Polytechnic University

² 東京工芸大学工学部

²Faculty of Engineering, Tokyo Polytechnic University

³ 神戸大学大学院海事科学研究科

³Graduate School of Maritime Sciences, Kobe University

⁴ 広島大学大学院工学研究科

⁴Graduate School of Engineering, Hiroshima University

Abstract: This paper presents the results of evaluated effectiveness of graphical feedback in mathematics solution using template-based Answer. As a method of evaluation, confirm the record of activities and test results when the learner used this system. From these, confirm what kind of learning activity the learner performed to understand the relationship between the two expressions.

1. はじめに

数学学習において、学習者が考えた解答を自身の言葉や文にして表現することが困難となっている[1]。その理由の一つが、通常の授業形態における問題であると考えられる。通常の授業形態では、教師1人に対し学生が多数いることから学生が教師から適切なフィードバックを得ることが困難な環境になっているといえる。よって、理解が困難な数学を学習者のみで学習しなければならないということになり、学習者の思考や解答に対するフィードバックが参考書の答えを確認する等の正誤だけとなってしまふ。これらから、学習者自身の考え方の正当性やその意味を十分に理解するための学習の機会が失われてしまっている。よって、学習者が自身の考えや解答について何が間違っていたのか、どう修正すればよいかを深く学習するためには、考える内容についてのシミュレーションし、そこから自身の誤りや考え方の修正方法を能動的に発見するといった試行錯誤ができるような学習環境の構築が必要になる。そ

の学習環境を構築するにあたり、著者らは問題文あるいはその解法が図的にどのような意味を持つのかを把握することができる他、図を文や数式で表現するための方法を理解できるような環境が望ましいと考える。さらに数学で用いられる記号的表現(数式や数式・変数を用いた文章等)の深い理解のためには、学習者が記述した解答文の全体をではなく、各単文が表す状況について考え、文中の誤りを見つけることが重要であると述べ、学習者の記述する内容を他の表現へ変換するシステムを提案した。そしてこれまでに、学習者の記述する記号的表現を図形的に変換し、その図形を学習者にフィードバックするという学習支援システムを開発した[2]。このシステムは、フィードバックされた図形を学習者に観察させるだけではなく、図形には学習者が記述した数値や語句による図形的な制約(記述した文に含まれる、図形を描画するための条件)も反映されているため、図を操作することが可能であり、基となっている記号的表現の意味の理解を深めることが可能である。これにより学習者に内発的な気づきを生起させ、知識の修正や理解に繋げることが期待される[3][4][5][6]。

しかし、学習者がただフィードバックの内容を受け入れ答えに合うように解答を試行錯誤するのではなく、どのような解答をすれば正解になるのかといった思考をしながら試行錯誤することも重要であると著者らは考えている。よって本研究では、学習者が自身の考える解答を表現することが可能なテンプレート解答機能(点 P を(□, □)とおく等)や解答文中の各単文についての理解を深めるために各単文の正答となる文の図が予め表示される模範解答図を備えたシステムを開発した[7]。このシステムの評価実験では、被験者が回答した事前・事後テストの結果から、数学学習(軌跡)に対して本システムが有効であることがわかった。

本稿では、評価実験時に得られた学習者の活動内容(システムの操作記録)から、数学学習において、学習者が自身の誤りを修正するためにどのような活動を行ったか、能動的にそのような活動を行わせるためにどの機能が役に立ったかを学習者のシステムでの活動記録から分析し評価を行う。

2. 関連研究

本研究では、中原[8]が提唱した5つの分類の表現のうち、記号的表現と図形的表現を用いて、学習者の数学の理解を本研究が対象としている範囲の教材で図る。また、学習者への課題としてある数学文章に含まれる数量関係の把握等のために、学習者が様々な表現方法を用いて、問題や解答をとらえることの重要性が主張されている。本研究では、記号的表現の誤りを図形的表現で可視化し、学習者に両表現の関係づけを試行錯誤的に考えさせることで解答の状況が表す図を捉えられるようになると期待する。これまでの研究における誤りの可視化は、学習者の思考に基づいた結果のみのシミュレーション(実行)であり、本研究では、図形を操作する機能を実装することで、誤りを可視化した後の"実行後"についても考えることができる。記述した(されている)各文がどのような図を表せ、どのような動き(描画が可能な範囲)になるかという制約について認識・体験することを可能である。本稿では、テンプレートによる解答やその図形フィードバックから自身の考える解答に対して試行錯誤を促し、それが学習者の気づきや誤り修正のために役立つかを評価する。

3. システム設計

本研究では、学習者が記述した記号記述を図形に変換できる機能を有したシステムを開発した。また、数学学習では、解答文の全体的な意味を捉える他、各一文(単文)について理解することも数学を理解す

るために極めて重要である。これに関して本研究は、文全体の評価ではなく、誤っている箇所を解答の上流工程から順次指摘していくような、プログラミング学習におけるソースコードのコンパイルのような環境が有用的であると考えられる。本研究で提案するシステムは、この仕組みを利用し、数学解答の文全体ではなく、各一文でその内容が意味する内容を図形的にフィードバックし学習者に提示する。このフィードバックから、学習者は解答の構築時に試行錯誤を行い、学習者各々に適したフィードバックをシステムから得ることで、考えながら解答を構築していくことが期待される。

3.1 テンプレート方式による解答

本稿では、数学II「図形と方程式」の範囲から点の算出、軌跡といった問題を学習課題としている。これらの範囲で扱われる概念・数量関係を表現する(数学の教科書などで用いられる「点 P を(x, y)とおく」「 $AP=BP$ から $AP^2=BP^2$ 」等)単文を数値・制約部分の一部を空欄とした解答のテンプレートを用意し、空欄に適した語句や数値を補充することで単文ができ、そのテンプレート(単文)を組み合わせることで全体の解答文を生成する。また本稿での単文の定義は、図形的に有意味な要素を1つ以上含むものとし、できる限り1要素のみとなるような文のことを表す。システムで用意したテンプレートは、点の定義と題意による既出情報を合わせた「前提条件」、点についての条件をまとめた「条件式」、前提条件と条件式から成る「計算式」、計算式の「結果」、結果から導かれる「結論」に関わる内容である。

3.2 図形表現への表現変換と誤りの可視化

通常の教室講義では、教師が学習者の解答や考えについてフィードバックする際は、学習者の正誤判断のみを行い、その後正解を提示するという形式が用いられることが多い。しかし、このようなフィードバックでは学習者は十分な試行錯誤を行えず、自らの解答の内容について十分に振り返ることができない。学習者自身が誤りを振り返るためには、誤答であると断定し伝える否定的なフィードバックではなく、誤答を正しいとすると何が不自然となるのかを伝える肯定的フィードバック(誤りの可視化)が効果的であり、その一つの手段として誤りからの学習が挙げられる。誤りの可視化を用いた研究では、力学の作用・反作用の把握における誤り可視化[9][10][11]、幾何証明における推論の誤り可視化[12]、3次元モデルによるデッサンの誤り可視化[13]、アニメーションを利用した英作文の誤りの可視化[14]、学習支援を指向した誤り可視化のためのロバストシ

ミュレータ[15]，本研究の数学記号表現を図形表現へ変換しその内容をフィードバックするシステム[2][7]と多分野にわたり研究の試みがなされている。

本研究では，数学問題において学習者がテンプレートを用いて構築した解答文にそって，対応する図を1文ずつ生成する．誤ったテンプレートを用いた場合，またはテンプレートに誤った内容を入力した場合には，おかしい要素を持った図が生成され，学習者が内発的に誤りに気づくことが期待される．

3.3 図の操作によるフィードバック

図を観察するだけでは学習者の解答が不十分な場合には，適切な図を生成できない問題がある．例えば「点Pを(x, y)とする」という単文だけでは，本来点Pを置く場所をユニークに定めることができない(点Pはxy平面上に配置されていれば正しい)．そのため，システムは一例として，(3, 2)などの座標に置くことになる．しかし，この場合「点Pは(3, 2)である」という単文との差を可視化できない．他にも点の軌跡を算出した結果，直線上に点Pが存在したとしても，たまたまその一点に点Pがあっただけで，直線の式自体が誤っている場合も考えられる．そのため，文の内容を単に可視化しただけでは，学習者は偶然そのような図になったのか，その図が確定的に描かれたのかを知ることができない．そこで，本研究では描画された図は，記述した文が持つ制約の範囲で学習者が操作可能であるように設計する．

4. システム概要

4.1 インタフェース

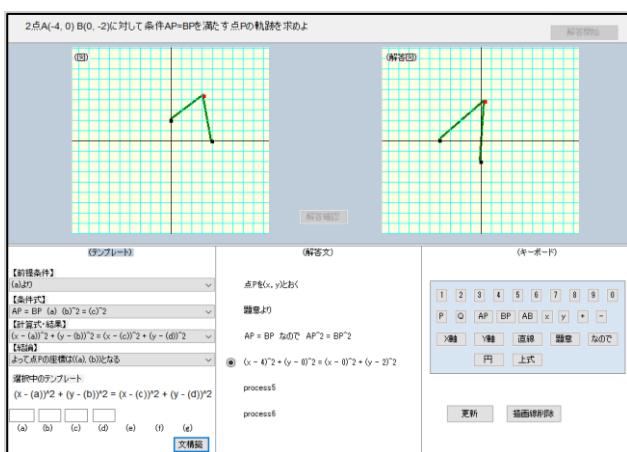


図 1 問題解答画面

最初に，学習者にシステムが問題の一覧を提示するので，学習者はその中から問題を選択し，問題解

答へ移行する(図 1)．システム内の問題(3 題)は，全て6文(Process1~6)の組み合わせの単文で解答できる．システム上で出題される内容は，点と点の距離から未知座標を算出する問題1問(図1の問題)，点の軌跡を求める問題が2問の全3問である．学習者が問題の解答をする際は，その文の正解の内容にあたる図を模範解答としてシステムが提示するので，学習者がこれを観察し図の操作を行うことで，どのような文を意味する図なのかを考えることができる機能が用意されている．テンプレート入力時は，画面右下のスクリーンキーボードを使用し入力する．本研究では，解答の論理的な整合性ではなく，解法で用いられる記号的表現と図形的表現の関係性の理解に焦点を当てているため，学習者側の自由な記述ではなく，有意味な誤選択肢群の図的意味と，正解の選択肢の図的意味の差を認識させるためにこのようなインタフェースとしている．また，その他の機能として，学習者の現在の解答状況を知らせる文が画面下にあり，問題選択に戻る「メニューに戻る」，取り組んでいる問題の解答状態を初期化する「更新」のボタンが用意されている．

4.2 文を基にした図の生成と操作の実現

本システムで用意したテンプレート文は，図的な要素を対応させて，データベースに格納している．たとえば，「点Pを(□,□)とする」という単文に対しては，「平面に点が生成される」旨がデータベースに記載されており，「□=□」という単文に対しては，「定義した点の移動範囲は点□と点□から等価な距離になる」旨が記載されている．システムは，学習者が用いた文に対して，このデータベースを参照し，システム内で制約に従った図を計算し生成する．図が一意に定まらない時は，一例として図を生成し，制約内でその図を操作可能とする．

5. 評価実験について

5.1 目的

本稿の数学(軌跡)学習支援システムのフィードバック機能について，妥当性・有効性を検証する．また本稿では，被験者のシステム使用による活動記録からも有効性・妥当性の評価を行う．

5.2 方法

フィードバック機能を有する本システムを利用した実験群(9名)とフィードバック機能を持たず，テンプレート解答機能のみのシステムを利用した統制群(9名)で行う事前事後テストの正答数による結果

からその有効性を確かめる。事前・事後テスト(15分)の内容は、問1が提示された文と図の関係が一致しているかを問う矛盾評価問題、問2が提示された単文に対して図示する問題、問3が空欄補充問題、問4が記述問題となっており、全21箇所の評価点を設けた出題構成となっている。事前テスト終了後に各群に用意したシステムで数学学習(30分)を行う。実験群は20分経過後に模範解答用紙を配布し、残りの10分は模範解答を確認できる状態で学習を行う。統制群は、1問毎に解答が終了(単文6つを構築)した際に実験実施者からその問題の模範解答用紙が配布されるので、自己採点を行った後で次の問題へ移行する(次の問題へ移行する際に模範解答用紙を実験実施者が回収する)。システム学習後に事後テストを受け、最後に6件法のアンケート(高い値ほど高評価)に解答をしてもらう。

5.3 結果

表1には、各群の事前・事後テストの平均正答数の結果とシステム利用前後の効果量をCohen's dによって分析を行った結果を示している。事前から事後テストにかけて各問のほとんどで実験群は、1点以上の向上が見られたが統制群ではそのような結果が確認できない他、全体の上昇幅は実験群では5.77点、統制群では1.44点と点数の上昇の差を確認できる。表1の結果に、ANOVAを適用したところ、両群とも個人内で有意な差が確認され ($p<.001$)、単純主効果を確認したところ、実験群の事後テストで $p<.001$ 、統制群で $p<0.1$ の有意な差が確認された。この結果を受けてさらに、Cohen's dによる効果量の分析を行った結果から問1を除き、実験群では各問で効果量大(>0.8)を示しており、統制群では効果量小(<0.5)を示していた。また、両群の間1に関しては実験群では効果量小(<0.5)、統制群では効果量なしという結果を得られた。テスト全体の得点の効果量から実験群で効果量大(>0.8)、統制群では効果量小(<0.5)という結果からも、本システムで数学(軌跡)学習を行うことでの有効性が示唆される。

表1 事前事後テストの平均正答数

	実験群			統制群		
	事前	事後	効果量	事前	事後	効果量
問1	2.78	3.00	0.40	2.67	2.78	0.17
問2	2.22	3.89	2.79	2.11	2.56	0.41
問3	1.33	2.89	1.84	1.56	1.89	0.39
問4	1.22	3.56	1.40	1.56	2.11	0.31
計	7.56	13.33	2.34	7.89	9.33	0.41

5.4 考察

実験群では事前と事後で1.00点以上の差が各問で見られたことから、本システムの効果が用意した問題に対して有効であったことがわかる。また、統制群では、事前と事後で1.00未満の点差しか表れなかったことから、フィードバックの無いシステムでは、本システムのテンプレート機能の様に解答群の一部を与えられていたとしても、解答が書けるようになるとは限らないといえる。また、統計結果より、実験群の事後で有意な差が確認できたことから、本稿が提案するフィードバックや学習者の試行錯誤のために用意した模範解答図の機能の有効性と妥当性が証明できる。

5.5 システム利用による活動記録

評価実験において、各群の被験者がシステムを利用した時の操作記録により数学学習に対する本システムの有効性の評価を行った。また、システム学習(30分)において被験者全員が完答できた問題が3問中の問1, 2であったため、本稿では、その中で問1の解答時の活動記録について示す(表2)。表2(a), (b)では、各群で行われた解答修正数の平均値と初回の解答で正答であったか誤答であったかを1:正, 0:誤で表し、その平均値を提示している。これらは、その単文の修正数に対して全体の被験者はどの程度修正活動を必要としなかった(初回解答から正答している)のかを確認することができ、試行錯誤を要する解答過程(単文)であったのかを評価することができる。表2(c)では、実験群のシステムの模範解答図と学習者記号文から変換した図についてのどの程度利用(操作)されたか、その平均回数を示している。これらからは、本システムのフィードバック機能や模範解答図がどの程度学習者の試行錯誤に貢献できていたかを評価することができる。これらの評価観点から問1の実験群が使用したシステムの学習活動の記録について報告する。

問1では、「点Pを(x, 0)とおく」が1文目の正解(「点Pを((a), (b))とおく」というテンプレートを選択→(a)=x, (b)=0を入力)になるが、被験者(両群)の解答を確認すると、「点Pを(x, y)とおく」という誤解答が多かった。これは被験者が問題解答を手続き的な書き方として覚えてしまっているためであると考えられる。ここで、表2(b)を見ると、統制群はこの解答に対して表2(a)の実験群よりも修正が行えていないことがわかる。さらに「計算式」から、統制群では誤答をしているにもかかわらず、次の単文の解答が続けられていたため、修正数が少ない結果となっているが、実験群では、平均約5回もの修正活

動が行われていた。この修正回数には、修正活動の他に、被験者が同じ解答を2~3回確認のために入力したものや、ある数値において生成できる図の確認をしたものが含まれている。表2(c)より、学習者が「点の定義」について模範解答図や自身の記号文を基にした解答の図を観察・操作し、文の制約によってどのような動きになるか確認していた活動が見られる。この活動から、実験群は前述の問1において「点Pを(x, 0)と置く」と修正ができたことが考えられる。「条件式」以降は、模範解答図、自身の解答図共に点を動かすことができない(点Pを(x, 0)としているため点が一意に定まる問題となっている)と判断したためか、図を操作する活動があまり行われていなかった。

表2 問1の解答修正数と初回正誤診断(1:正 0:誤)

(a) 問1における実験群の記録

単文の種類	解答修正数	初回正誤診断
点の定義	2.33	0.11
既出情報	3.11	0.33
条件式	2.11	0.56
計算式	5.67	0
結果	4.33	0
結論	1.78	0.56

(b) 問1における統制群の記録

単文の種類	解答修正数	初回正誤診断
点の定義	1.22	0.11
既出情報	1.33	0.22
条件式	1.11	0.56
計算式	1.33	0
結果	1.33	0
結論	1.00	0

(c) 図の平均操作回数(実験群のみ)

平均操作回数	学習者解答図	模範解答図
点の定義	3.44	3.67
既出情報	2.00	1.89
条件式	1.44	1.67
計算式	1.11	1.67
結果	0.22	0.89
結論	0	0.67

このことから、ただ図の操作をするのではなく、解答の状況を意識した試行錯誤が行われていたことが推測される。よって上記から、本システムを利用した数学学習において、学習者の試行錯誤を支援していたことがわかる。さらに試行錯誤の方法として、解答で用いた数値等を1つずつ変更し少しずつ変化するフィードバック内容(記号→図の変換)から答えを断定する活動も行われていたが、一度得たフィードバック内容から、このような答えになるのではないかと、この解答の状況ではこのようになるので

はないかと、といったような解答の状況を捉えた上で次にくる解答(単文)の予測を行い解答記述する活動も行われていたことが考えられる。

これらの結果から、本システムにおけるフィードバック(図の提示・操作機能)が数学学習で解答のための試行錯誤や修正活動を行う際に有効であったことが考えられる。また、本システムのような解答文に対するフィードバックの無いシステムでは自身の誤りに気づきづらく、誤りの修正活動が行えないことが表2の統制群の計算式・結果部分からわかる。

5.6 アンケート結果

表4に被験者に本システムの学習活動についての評価を示す。評価観点、システムが正常に機能したか、学習手法が受け入れられるか、数学学習に対して本システムが有効かどうかである。

表4 アンケート結果

システム機能の評価	
解答テンプレートをを用いて自身が意図した内容を表現できたか	4.89
システムが描画した図の内容はそれぞれ理解できたか	4.78
システムが描画した図を観察することで図の誤りに気付けたか	5.00
システムが描画した図を操作することで図の誤りに気付けたか	5.56
学習手法の評価	
記号から図形に変換できる”能力”は数学理解において重要だと感じたか	5.22
記号から図形に変換する”活動”は数学理解において重要だと感じたか	5.06
自身の記述文が図形でどう表現されるか考えることは重要だと感じたか	5.22
自身の記述文で描画できる図制約を意識することは数学理解に繋がると感じたか	4.72
数学学習に対して本システムの評価	
図の提示による自身の解答へのフィードバックは学習の理解に繋がったか	5.06
図の操作による自身の解答へのフィードバックは学習の理解に繋がったか	5.22
システムの解答文を図形へ変換する機能は解答の際に役立つと感じたか	5.39
システムの解答文を図形へ変換する機能は数学理解に有効だと感じましたか	5.28

システムの機能について、表1(c)や表2(c)からも学習者がフィードバック機能を利用した学習を行っていたことが確認でき、その上で5.00前後の高い評価のため、機能の妥当性・有効性が確認できる。本研究で提案する学習手法についても他の表現への

考え方やその図の内容について意識することが数学学習に重要であることがわかった。さらに本システムによる数学学習についてもフィードバック機能が学習者の解答や理解の支援をしていた。これらの結果から、本システムを利用した数学学習が学習者の理解や解答のために必要な試行錯誤ができる環境になっていたといえる。また、その試行錯誤のためには、本システムで行えるフィードバックのような機能が必要であることが示唆された。

6. おわりに

本稿では、テンプレート解答による数学の軌跡を題材とした、学習者の記述する数学文(解答文)をシステムが図形に変換し、これを解答文の各単文でフィードバックが可能な学習支援システムについて評価した。評価は、実装したテンプレート機能による数学解答や、それをを用いた学習者の解答文の図形化、及び図の操作が数学学習に有効かどうか、学習者が実際にシステムをどのように利用して記号的表現と図形的表現の関係性の理解を行ったかという観点から行う。評価実験の結果、システムによる数学学習の有効性を確認し、本稿の目的である記号文から図形への変換を行うことでの内発的な気づきによる数学の理解が本システムのテンプレート機能を利用した解答やその解答の図形フィードバックによる学習者の修正活動から可能であったことがわかった。よって、学習者が記述する記号的な解答文に対して各単文で図形的に表現(変換)するフィードバックの妥当性が示された。また、通常の数学の記述問題の理解の向上につながる可能性も示唆された。今後の課題としても、本システムを利用した学習活動の記録からさらに、図形フィードバックによる誤りの気づきや学習者の修正活動について分析を行う必要があると考える。

謝辞

本研究の一部は科研費・基盤研究(B)(15H02931)、基盤研究(B)(17H01839)、基盤研究(C)(18K11586)の助成による。

参考文献

- [1] 藤村宣之: 知識の獲得・利用とメタ認知, 三宮真智子 (編)メタ認知-学習力を支える高次認知機能, 北大路書房, 京都, (2008).
- [2] 黒川魁, 東本崇仁, 堀口知也, 平嶋宗: 軌跡を題材とした数学の表現変換と能動的誤りの発見支援機

能を有する学習支援システムの開発と評価, 電子情報通信学会論文誌(D), Vol. J101-D, No. 6, pp.864-873 (2018) .

- [3] PERKINSON, H.J: 誤りから学ぶ教育に向けて 20 世紀教育理論の再解釈, 勁草書房, (2000).
- [4] 平嶋宗, 堀口知也: 「誤りへの気づき」を指向した誤り可視化の試み, 教育システム情報学会誌, 21(3) pp. 178 - 185, (2004).
- [5] 平嶋宗: 「誤りへの気づき」を与えるインタラクシオンを目指して. ヒューマンインタフェイス学会誌, Vol.6, No.2 pp.99-102, (2004) .
- [6] 東本崇仁, 今井功, 堀口知也, 平嶋宗: 誤りの可視化による階層構造の理解を指向したコンセプトマップ構築学習の支援環境”, 教育システム情報学会誌, Vol.30, No.1, pp 42-53, (2013.1).
- [7] 黒川魁, 東本崇仁, 堀口知也, 平嶋宗: 解答テンプレートを用いた軌跡を題材とした記号文の図形的フィードバックによる能動的誤りの発見支援機能を有する学習支援システムの開発, 人工知能学会研究会資料, SIG-ALST-B509-07, pp.1-6, (2018).
- [8] 中原忠男: 算数・数学教育における構成的アプローチの研究, 聖文社, (1995).
- [9] 堀口知也, 平嶋宗, : 誤りへの気づきを支援するシミュレーション環境-表現手法と視覚効果を考慮した Error-Based Simulation の制御-, 教育システム情報学会誌, Vol.18, No.3, pp.364-376, (2001.4).
- [10] 堀口知也, 平嶋宗: 誤りの修正を支援するシミュレーション環境-誤り原因の示唆性を考慮した Error-Based Simulation の制御-, 人工知能学会論文誌, Vol.17, No.4, pp.462-472, (2002).
- [11] 今井功, 東本崇仁, 堀口智也, 平嶋宗: 中学理科における Error-based Simulation を用いた授業実践-「ニュートンに挑戦」プロジェクト-, 教育システム情報学会学会誌, Vol.25, No.2, pp.194-203, (2003).
- [12] 舟生日出男, 亀田卓司, 平嶋宗, ”幾何証明課題の解決過程における推論の誤りのインタラクティブな可視化,” 日本教育工学会論文誌, Vol.32, No.4, pp.425-433, (2009).
- [13] 松田憲幸, 高木佐恵子, 曾我真人, 堀口知也, 平嶋宗, 瀧寛和, 吉本富士市: 鉛筆デッサンが表す写実誤りの三次元モデルによる顕在化, ”電子情報通信学会論文誌, Vol.91, No.2, pp.324-332,)2008.1).
- [14] 國近秀信, 古賀崇年志, 出山大誌, 村上卓見, 平嶋宗, 竹内章: 誤り可視化による英作文学習支援, 電子情報通信学会論文誌, Vol.91, No.2, pp.210-219, (2008).
- [15] 堀口知也, 平嶋宗, : 学習支援を指向した誤り可視化のためのロバストシミュレータ, 人工知能学会論文誌, Vol.21, No.6, pp.514-525, (2006.11).