

確率的リンク切断モデルの下でのクリティカルリンクの同定 Identifying Critical Links under Probabilistic Link Disconnection Model

齊藤和巳^{1,2} 大原剛三^{3*} 木村昌弘⁴ 元田浩⁵
Kazumi Saito^{1,2} Kouzou Ohara³ Masahiro Kimura⁴ Hiroshi Motoda⁵

¹ 神奈川大学理学部

¹ Faculty of Science, Kanagawa University

² 理化学研究所革新知能統合研究センター

² Center for Advanced Intelligence Project, RIKEN

³ 青山学院大学理工学部

³ College of Science and Engineering, Aoyama Gakuin University

⁴ 龍谷大学理工学部

⁴ Faculty of Science and Technology, Ryukoku University

⁵ 大阪大学産業科学研究所

⁵ The Institute of Scientific and Industrial Research, Osaka University

Abstract: In this paper, we address a problem of efficiently identifying critical links in a large complex network. Critical links are those which substantially reduce network performance if they do not function. To solve this problem under a realistic situation, we take into account the possibility that each link is disconnected as if a road is blocked in a natural disaster, and formalize it as the probabilistic link disconnection model. Besides, we adopt the node reachability as the performance measure, which corresponds to the number of people who can reach at least one evacuation facility in a disaster. Then, we propose a method of efficiently identifying critical links that incorporates the bridge detection technique in graph theory into its search strategy. Through the experimental evaluation on two real-world road networks, we demonstrate that the proposed method is more efficient than the other methods that are based on traditional centrality measures and the links our method identified are substantially more critical than those by the others.

1 はじめに

大規模複雑ネットワークにおいて重要な役割を果たすノードやリンクを同定することは、通信ネットワークの分析、都市設計、避難計画などを含む多様な分野において本質的な問題といえる。この問題を形式的に解くには、ノードやリンクの重要性を定量化する必要がある。それには次数中心性や媒介中心性などの従来からある中心性指標 [4, 2] がしばしば利用される。しかしながら、それらの中心性指標はネットワークの構造的特徴のみに基づいて計算されるため、測地的距離や移動時間などのより現実的な要因を考慮したネットワークの性能評価指標も提案されている [12, 7, 9, 5, 10, 6]。これらの研究の目的は、想定するネットワーク性能を維持するうえで最も重要なノードやリンクを同定することである。たとえば、道路ネットワークに対して災

害時に避難施設に到達可能な人数をその性能指標と考えた場合、仮に通行できなくなれば避難施設に到達できる人数を最も減らしてしまうような道路が同定すべき重要なリンクとなる。以下、本稿ではそのような重要なリンクをクリティカルリンクと呼ぶ。このようなクリティカルリンクを同定する問題は、与えられたネットワーク構造に対して定量的な性能評価指標が定義できる場合、数学的には最適化問題として定式化することができる。

一方、現実世界では、対象ネットワークにおけるすべてのリンクが常に利用可能であるとは限らない。たとえば、自然災害が発生した場合、幾つかの道路が深刻な被害を受けて通行不能になる場合がある。そのため本稿では、ネットワーク中の各リンクがそのリンクに与えられた確率に従って切断される確率的リンク切断モデルを導入し、そのモデルの下でクリティカルリンクを同定する問題を考える。ネットワーク性能の定量的評価指標としては、道路ネットワーク中の避難施

*連絡先：青山学院大学大学院理工学研究科
〒252-5258 神奈川県相模原市中央区淵野辺 5-10-1
E-mail: ohara@it.aoyama.ac.jp

設のような特定のノード集合を設定し、そのノード集合から到達可能なノード数を用いる。これは、道路ネットワークにおける災害時避難を考えた場合には、避難施設に到達できる住民数の見積りと解釈できる。また、情報拡散ネットワークでは、ある一定数の情報源ノードが発信した情報を受け取るノード数とも解釈できる。このとき、各リンクの性能、すなわち重要度は、そのリンクが切断されたときに減少する可到達ノード数の期待値として定量的に評価できる。

このような性能評価指標を用いて各リンクを順位付けし、クリティカルリンクを同定するために、本稿ではグラフ理論におけるブリッジに着目し、基本的なブリッジ同定アルゴリズム [13] の考えに基づいて所与のネットワークにおける各リンクの性能評価値を効率的に計算するアルゴリズムを提案する。ブリッジとは、連結成分中のリンクのうち、それを削除するとその連結成分を2つの互いに疎な連結成分に分解するようなものを指す。本稿における問題設定では、あるブリッジを削除して得られた互いに疎な連結成分のうちの1つに避難施設のような対象ノードが含まれなければ、そのブリッジは正の評価値をもち、クリティカルリンクの候補となり得る。そのため、提案アルゴリズムでは、ブリッジ同定アルゴリズムに基づいて所与のネットワークからすべてのブリッジを同定しつつ、その評価値を計算する。一般的に知られるブリッジ同定アルゴリズムの計算量は、 \mathcal{E} をネットワーク中のリンクの集合とした場合、 $O(|\mathcal{E}|)$ であり、提案アルゴリズムはその定数倍程度の計算量でクリティカルリンクの同定を可能とする。さらに本稿では、2つの実道路ネットワークに対する災害時避難を想定した評価実験を通して提案手法の有効性を評価する。

2 関連研究

これまで、ネットワーク中のノードやリンクの重要性を定量化するために、次数中心性や媒介中心性 [4] などの従来のものから、PageRank 中心性 [2] のようなより新しいものまで、幾つかのノード中心性指標が用いられてきた。これらの中心性指標はネットワーク構造のみに基づいたものであり、実世界におけるノード配置を反映した空間ネットワークを構造的な観点から分析するためにはそれらを拡張したものが用いられている [3, 8, 5, 6]。一方、リンクの重要性を定量化するために、対象問題により特化した性能評価指標を用いた研究もある。道路ネットワークの場合、多くの性能評価指標はリンクやパスに対する移動時間に基づいている [12, 7]。我々も過去の研究においてノードの可到達性に基づいた性能評価指標を提案しており [9, 10]、それは本稿における性能評価指標と類似したものである。

しかし、本研究は、リンクが確率的に切断される状況下でのクリティカルリンク同定問題に着目している点で、これらの研究とは異なる。

一方、本稿で提案するクリティカルリンク同定手法は、グラフ理論におけるブリッジ同定アルゴリズム [13] に基づいている。ブリッジ自体、それが削除されるとネットワークの連結性が失われるという意味で重要なリンクといえる。そのため、ワイヤレスセンサネットワークの分析 [1] や、従来の中心性指標の計算効率改善 [11] にも用いられている。しかし、これらの研究ではネットワーク構造が変化しないことが仮定されている。我々の知る限り、本研究と同様に、確率的リンク切断モデルの下でクリティカルリンクを同定するためにブリッジ同定技術を用いた研究はこれまでに存在しない。

3 問題設定

本稿では、自己ループをもたない単純無向（もしくは有向）ネットワークが与えられたとき、それを $G = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ と表現する。ここで、 $\mathcal{V} = \{u, v, w, \dots\}$ と $\mathcal{E} = \{e, \dots\}$ はそれぞれ G 中のノードとリンクの集合である。各リンク e はノードペア $e = (u, v)$ と表現する。加えて、ここでの問題設定では、道路ネットワークにおける避難施設のようなある固定されたノード集合 $\mathcal{U} \subset \mathcal{V}$ を仮定する。また、 G 上のリンクをたどってノード u から到達可能なノードの集合を $\mathcal{R}(u; G)$ とする。ただし、 $u \in \mathcal{R}(u; G)$ である。このとき、 G 上のリンクをたどって任意の $u \in \mathcal{U}$ から到達可能なノードの集合を $\mathcal{R}(\mathcal{U}; G)$ とする。形式的には、 $\mathcal{R}(\mathcal{U}; G) = \bigcup_{u \in \mathcal{U}} \mathcal{R}(u; G)$ となる。

また、各リンク $e \in \mathcal{E}$ に対して、 x_e をそのリンクの接続性を表す確率変数とし、 e が切断されている場合は $x_e = 1$ 、それ以外の場合は $x_e = 0$ と定義する。そして、その切断確率を $p(x_e = 1) = p_e$ と表現する。たとえば、道路ネットワークにおける災害時避難の場合、このリンク切断確率は地理的特性に基づいた何らかの道路封鎖モデルに従って定められる。このように定義した確率変数の集合 $\mathcal{X} = \{x_e \mid e \in \mathcal{E}\}$ を用いることで、 $\mathcal{E}_{\mathcal{X}} = \{e \mid e \in \mathcal{E}, x_e = 0\}$ であるようなグラフ $G_{\mathcal{X}} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}_{\mathcal{X}})$ を定義することができ、その生起確率は、すべてのリンクに対する独立ベルヌーイ試行により次式のように求めることができる。

$$p(G_{\mathcal{X}}) = \prod_{x_e \in \mathcal{X}} p_e^{x_e} (1 - p_e)^{1 - x_e}. \quad (1)$$

このように、確率 p_e に従ってリンク e が切断されるモデルを、本稿では確率的リンク切断モデルと呼ぶ。

ここで、各グラフ $G_{\mathcal{X}}$ に対して、 $G_{\mathcal{X}}^+(e)$ と $G_{\mathcal{X}}^-(e)$ をそれぞれリンク e を追加したグラフ、削除したグラフとす

る。すなわち、 $G_X^+(e) = (\mathcal{V}, \mathcal{E}_X \cup \{e\})$ であり、 $G_X^-(e) = (\mathcal{V}, \mathcal{E}_X \setminus \{e\})$ である。このとき、 $G_X^+(e)$ と $G_X^-(e)$ に基づき、 G_X 上のリンク $e \in \mathcal{E}$ の評価値 $\phi(e)$ を次のように定義する。

$$\phi(e) = \langle |\mathcal{R}(\mathcal{U}; G_X^+(e))| - |\mathcal{R}(\mathcal{U}; G_X^-(e))| \rangle_{X \setminus \{x_e\}} \quad (2)$$

ここで、 $\langle \cdot \rangle_{X \setminus \{x_e\}}$ は x_e 以外のすべての確率変数への可能な値の割り当てによって得られる期待値を表す。この $\phi(e)$ は、道路ネットワークにおける災害時避難を考えると、 e 以外の道路（リンク）が確率的に通行不能になる（切断される）という条件の下で、 e が通行不能になった（切断された）場合にいずれかの避難施設 $u \in \mathcal{U}$ に到達できなくなる人数（ノード数）の期待値を表すものである。なお、各ノード v に対して、ノード（交差点）周辺の人口などを表す重み $\rho(v)$ を導入することで、ここでの問題設定は人口分布を考慮したものに容易に拡張可能である。

一方、各リンクが確率的に切断されるという状況下での可能なネットワークの総数は $2^{|\mathcal{E}|}$ と膨大であるため、式 (2) で定義される期待値 $\phi(e)$ を正確に計算することは明らかに困難である。そのため、ここではモンテカルロシミュレーションに基づいたアプローチを取る。 \mathcal{H} を $\mathcal{H} = \{1, \dots, H\}$ と定義される整数の集合とする。そして、式 (1) で定義される確率モデルに基づいてシミュレーションを H 回繰り返す、 H 個のグラフからなる集合 $\mathcal{G}_H = \{G_h = (\mathcal{V}, \mathcal{E}_h) \mid h \in \mathcal{H}\}$ を生成することを考える。ここで、 $\mathcal{E}_h \subset \mathcal{E}$ は、 h 番目のシミュレーションにおける非切断リンクの集合を表す。このとき、 \mathcal{G}_H に対するリンク $e \in \mathcal{E}$ の評価値 $F(e; \mathcal{G}_H)$ は次のように定義できる。

$$F(e; \mathcal{G}_H) = \frac{1}{H} \sum_{h \in \mathcal{H}} (|\mathcal{R}(\mathcal{U}; G_h^+(e))| - |\mathcal{R}(\mathcal{U}; G_h^-(e))|). \quad (3)$$

以下では、本稿における実験で生成されるグラフ集合 \mathcal{G}_H は一定であることから、 $F(e; \mathcal{G}_H)$ を単に $F_H(e)$ と表す。明らかに、 H が十分に大きければ、 $F_H(e)$ は実際的评价値 $\phi(e)$ の精度良い近似となる。本稿では、すべてのリンク $e \in \mathcal{E}$ に対して、 $F_H(e)$ を正確、かつ効率的に計算する問題を考える。

4 提案手法

各リンク $e \in \mathcal{E}$ の評価値 $F_H(e)$ を効率的に計算するアルゴリズムを実現するために、本稿では、生成したグラフ $G_h = (\mathcal{V}, \mathcal{E}_h)$ に対する次の2つの事実に着目する。1つ目は、リンク $e \in \mathcal{E}_h$ が G_h 中の連結成分におけるブリッジであり、かつ、 e を削除することにより分割された成分の1つがノード $u \in \mathcal{U}$ を含む場合に限り、 e が正の評価値をもつことである。2つ目は、リン

ク $e \in \mathcal{E} \setminus \mathcal{E}_h$ が G_h 中の2つの連結成分を接続し、かつ、それら2つの成分のうちの1つがノード $u \in \mathcal{U}$ を含む場合に限り、 e が正の評価値をもつことである。以下では、少なくとも1つのノード $u \in \mathcal{U}$ を含む連結成分を PE (possible evacuation) 成分、それ以外の成分を IE (impossible evacuation) 成分と呼ぶ。

上記の事実に着目して各リンク $e \in \mathcal{E}$ の評価値 $F_H(e)$ を計算するためには、 G_h 中のすべてのブリッジを同定する必要がある。そのために、本稿では、Tarjan が提案した一般的なブリッジ同定アルゴリズム [13] の考えを用いる。そのアルゴリズムでは、各連結成分に対して、任意に選択したノード $v \in \mathcal{V}$ を起点とした深さ優先探索により有向根つき木を構築する。ここでは、各ノード $u \in \mathcal{U}$ を起点ノードとして選択することを提案する。もし、連結成分が他のノード $u' \in \mathcal{U}$ を含む場合、 u' を起点とした有向根つき木は生成しない。このとき、ブリッジ e が正の評価値をもつかどうかを調べるためには、我々は生成した有向根つき木に対する深さ優先探索により、 e を削除後の下位部分が IE 成分であるかを調べるだけでよい。これは、 e を削除した場合の上位部分が PE 成分であることが必ず保証されるからである。

いま、通常のブリッジ同定アルゴリズムと同様に、 $\mu(v)$ を深さ優先探索の過程で各ノード $v \in \mathcal{V}$ を訪問する順序、 $\lambda(v)$ を v を含むサイクル中の最小訪問順序とする。このとき、リンク (v, w) がブリッジであるならば、 $\mu(w) = \lambda(w)$ となることが知られている。さらに、 $\eta(v)$ を深さ優先探索により得られた有向根つき木においてノード v の子孫ノードにより導かれる連結成分とし、 $\zeta(v)$ をノード v を含む連結成分とする。また、 $\eta(v)$ 、 $\zeta(v)$ に含まれるノード数をそれぞれ $|\eta(v)|$ 、 $|\zeta(v)|$ とする。このとき、提案アルゴリズムは以下のように記述できる。

- 1: すべてのリンク $e \in \mathcal{E}$ に対して、その評価値 $F_H(e)$ を 0 に初期化する ($F_H(e) \leftarrow 0$) .
- 2: すべての $h \in \mathcal{H}$ に対して以下のステップを実行する。
 - 2.1: 各ノードに対して、 $\mu(v) \leftarrow 0$ として訪問順序を初期化する。
 - 2.2: $\mu(u) = 0$ であるノード $u \in \mathcal{U}$ に対し、 $\mu(u) \leftarrow 1$ 、 $v \leftarrow u$ としてから u を起点とした深さ優先探索を実行することを繰り返すことで PE 成分を計算し、深さ優先探索の過程で得た各リンク $e = (v, w)$ に対して次の処理を実行する。
 - 2.2.1: 深さ優先探索により $\mu(w)$ 、 $\lambda(w)$ 、および $\eta(w)$ を計算する。
 - 2.2.2: e がブリッジ、つまり $\mu(w) = \lambda(w)$ であり、 $\eta(w)$ が IE 成分であるなら、 $F_H(e)$ を $F_H(e) \leftarrow F_H(e) + |\eta(w)|$ と更新する。
 - 2.3: $\mu(v) = 0$ であるようなノード $v \in \mathcal{V}$ を起点とした深さ優先探索を繰り返し実行し、IE 成分を計算

する。

2.4: 各リンク $e = (v, w) \in \mathcal{E} \setminus \mathcal{E}_h$ に対して次の処理を実行する。

2.4.1: $\zeta(v)$ が PE 成分, $\zeta(w)$ が IE 成分であれば, $F_H(e)$ を $F_H(e) \leftarrow F_H(e) + |\zeta(w)|$ と更新する。

2.4.2: $\zeta(v)$ が IE 成分, $\zeta(w)$ が PE 成分であれば, $F_H(e)$ を $F_H(e) \leftarrow F_H(e) + |\zeta(v)|$ と更新する。

3: すべてのリンク $e \in \mathcal{E}$ に対して $F_H(e) \leftarrow F_H(e)/H$ としたうえで $F_H(e)$ を出力し, 終了する。

明らかに, ある $h \in \mathcal{H}$ に対するステップ 2 の計算複雑さは, 通常のブリッジ同定アルゴリズムと同じ $O(|\mathcal{E}|)$ である。したがって, 提案アルゴリズム全体の計算複雑さは $O(H \times |\mathcal{E}|)$ となる。以降では, 各評価値 $F_H(e)$ をリンク $e \in \mathcal{E}$ の重要度中心性 (criticalness centrality) と呼び (以下, *CRC* と略す), 上記の提案アルゴリズムを *CRC* 法と呼ぶ。

5 評価実験

5.1 実験設定

本研究では, 実際の道路ネットワーク $G = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ とその中の避難施設 \mathcal{U} のデータを用いて, 提案手法の効果を評価した。具体的には, 文献 [6] で用いられた浜松と沼津の道路ネットワークデータと, 各都市に準備されている避難施設のデータを利用した。これらの都市は, 地震による津波と富士山の噴火に対する危険性を有している。各都市の道路ネットワークのデータ $G = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ は, OSM¹ のデータから抽出した。なお, 浜松は沼津より大きな都市であることに注意されたい。浜松に対するネットワークデータにおけるノード数, リンク数, 避難施設数はそれぞれ 104,813, 127,648, 432 であるのに対し, 沼津に対するネットワークデータでは, 15,483, 19,053, 232 となっている。各ノードに接続するリンク数の平均, すなわち各ノードの平均次数は, 浜松で 3.43, 沼津で 2.46 である。また, ここでは, 提案法の基本性能を評価するために, すべてのリンク $(v, w) \in \mathcal{E}$ に対して, そのリンク切断確率を $p_{v,w} = p$ とした。すなわち, p がリンク切断確率を制御する唯一のパラメータとなる。さらに, 今回の実験では簡単化のために $\rho(v) = 1$ とした。

前述のように, 高い中心性の値をもつノード間のリンクは, ネットワークにおける情報や人などの流れにおいては非常に重要な役割を果たすため, クリティカルリンクを見つける問題はノード中心性指標とも関連する。そのため, ここでは, 従来のノード中心性指標である媒介中心性, 次数中心性, PageRank 中心性をリンクの重要性を評価するように拡張し, 提案する *CRC*

の比較対象として用いた。具体的には, $deg(v)$ をノード $v \in \mathcal{V}$ の次数としたとき, リンク $e = (v, w) \in \mathcal{E}$ に対する中心性指標 *DGC* を $DGC(e) = deg(v) deg(w)$ と定義した。また, $pgrk(v)$ をノード $v \in \mathcal{V}$ の PageRank スコアとしたとき, リンク $e = (v, w) \in \mathcal{E}$ に対する中心性指標 *PRC* を $PRC(e) = pgrk(v) pgrk(w)$ と定義した。なお, PageRank アルゴリズムにおけるランダムジャンプの確率は 0.15 とした。一方, 媒介中心性に関しては, *BWC* と *DBC* という 2 つのリンク中心性指標を定義した。*BWC* は媒介中心性の単純な拡張であり, $bw(v)$ をノード $v \in \mathcal{V}$ の媒介中心性の値としたとき, リンク $e = (v, w) \in \mathcal{E}$ に対して $BWC(e) = bw(v) bw(w)$ と定義した。なお, $bw(v)$ は次式により計算される値である。

$$bw(v) = \sum_{x \in \mathcal{V}} \sum_{y \in \mathcal{V}} \{N^{sp}(x, y; v) / N^{sp}(x, y)\}.$$

ここで, $N^{sp}(x, y)$ はノード x からノード y までの最短パスの総数を表し, $N^{sp}(x, y; v)$ はそれら最短パスのうちノード v を経由するパスの数を表す。一方, *DBC* は避難施設 \mathcal{U} を考慮して媒介中心性を拡張したものであり, リンク $e = (v, w) \in \mathcal{E}$ に対して, $DBC(e) = db(v) db(w)$ と定義した。 $db(v)$ は次式により求められる値である。

$$db(v) = \sum_{x \in \mathcal{V}} (1/|\mathcal{U}(x)|) \sum_{u \in \mathcal{U}(x)} \{N^{sp}(x, u; v) / N^{sp}(x, u)\}.$$

ここで, $\mathcal{U}(x)$ は, ネットワーク G 上の距離関数 d のもとで, ノード x に最も近い \mathcal{U} 中のノード u の集合を表す。

5.2 実験結果

最初に, 提案した *CRC* の計算効率を従来のノード中心性指標を拡張した *BWC*, *DBC*, *PRC*, *DGC* との比較を通して評価した。具体的には, $H = 10^3$ とした場合の \mathcal{G}_H に対して各中心性指標値の平均値を計算し, その計算時間を比較した。この実験では, 各リンク $e \in \mathcal{E}$ に対するリンク切断確率を $p_e = p = 2^{-k}$ とし, k の値を 1 から 9 まで 1 ずつ変化させた。このとき, p の取る範囲は $0.0019 < p \leq 0.5$ となる。図 1 に結果を示す²。ここで, 図 1(a) と 1(b) は, それぞれ浜松と沼津に対する結果を示している。図 1 からは, これら大きさの異なる 2 つのネットワークに対して極めて類似した傾向が見て取れる。具体的には, いずれのネットワークにおいても, *CRC* の計算時間は *DBC* と *PRC* の計算時間より十分に短い, 最も効率的に計算可能な *DGC* の計算時間の 2~3 倍程度かかっている。これは, *DBC* の計算には各ノードから最も近い避難施設ノードを見つ

²各手法は C 言語で実装し, すべての実験はメインメモリ 192GB, Xeon X5690 3.47GHz を搭載した計算機上の単一スレッドで実行した。

¹<https://openstreetmap.jp/>

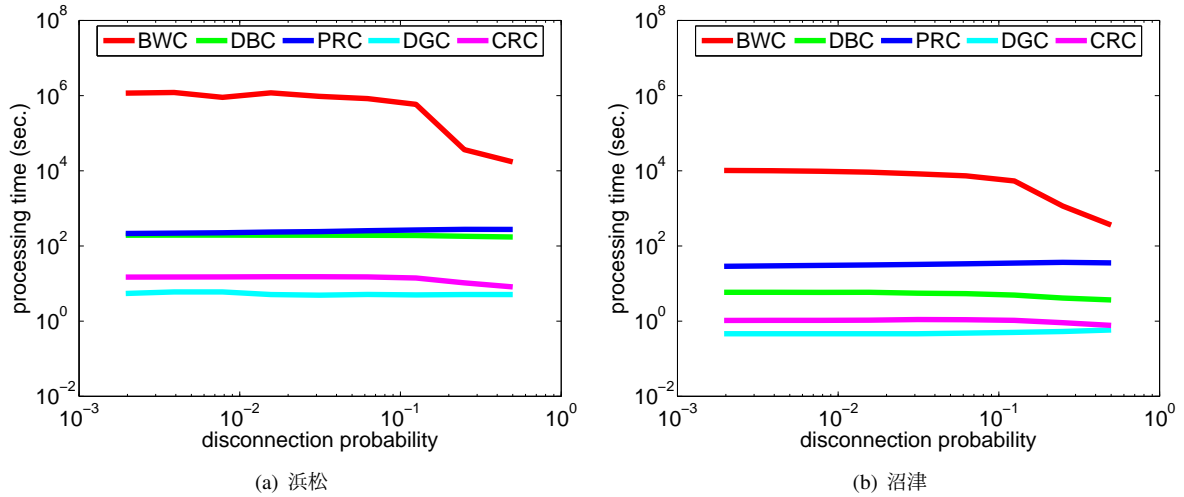


図 1: リンク切断確率を変化させた場合の計算効率の評価

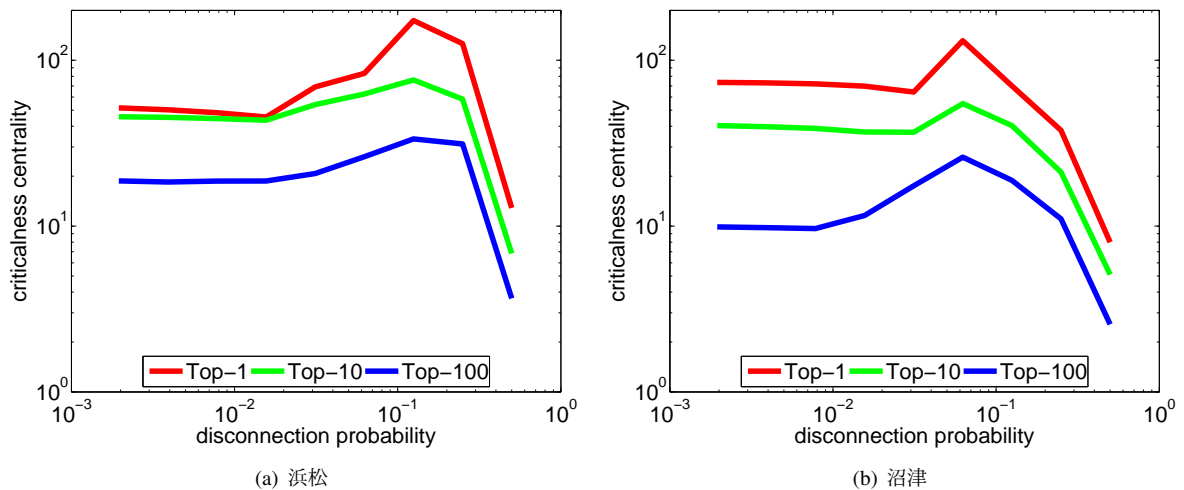


図 2: リンク切断確率を変化させた場合の上位 1 位, 10 位, 100 位までのリンクの重要度中心性の評価

けるためにリンクをたどる処理が必要であり, PRC の計算には各ノードに対する PageRank スコアを求めるためのべき乗法における繰り返し計算が必要であるためである. 一方, BWC の計算コストはおおよそネットワークサイズの二乗のオーダーとなるため, 最も計算時間を要する結果となっている. 注目すべき特徴としては, リンク切断確率 p が大きくなるにつれて, 特に BWC の計算時間が減少する傾向にあることが挙げられる. これは, p が大きくなると, 非連結となるノードペアの数が増加するためである. これらの結果から, 他の中心性指標と比較して, 提案する中心性指標である CRC はネットワークの大きさに対して望ましいスケラビリティを有していると言える.

次に, 各リンク切断確率 $p \in \{2^{-1}, \dots, 2^{-9}\}$ に対して求めた $F_H(e)$ の下での上位 1 位, 10 位, 100 位までのリンクの性能を重要度中心性により評価した. 図 2 に

結果を示す. 図 2 から, ここでも 2 つのネットワークに対して同様の傾向を確認することができる. 具体的には, リンク切断確率 p が中央値近辺のときに重要度中心性は比較的高い値となる一方, p が高くなると比較的小さい値となる. この傾向は, p が高くなるほど元のネットワークが多くの連結成分に分割され, 単一のリンクの追加, もしくは削除ではノードの可到達性が変化しなくなるという事実から説明可能である.

次に, 従来一般的なノード中心性指標を拡張した BWC, DBC, PRC, DGC によって上位に順位付けられたリンクの性能を重要度中心性 $F_H(e) = CRC(e)$ を用いて評価した. 具体的には, 各中心性指標に対して $F_H(e_i^{(C)})$ により定義される性能を評価した. ここで, C が $\{BWC, DBC, PRC, DGC, CRC\}$ のうちの 1 つを表し, $e_i^{(C)}$ は各中心性指標値 $C(e)$ の下で i 番目に順位付けられたリンクを表す. 図 3 に実験結果を示す. ここで, 横軸

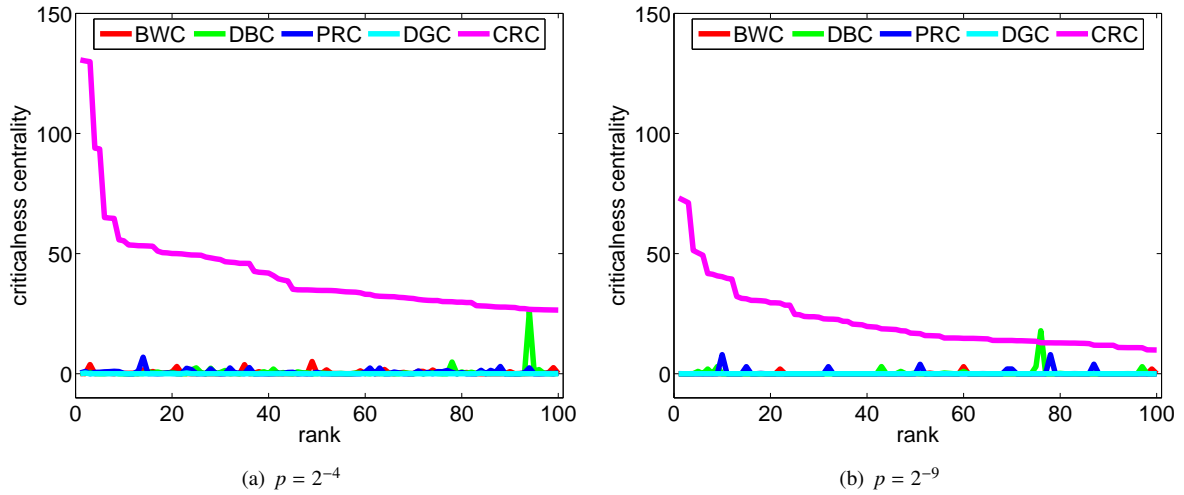


図 3: 異なるリンク切断確率 ($p = 2^{-4}$ and 2^{-9}) における各中心性指標により得られた上位 100 位までのリンクの重要度中心性の比較

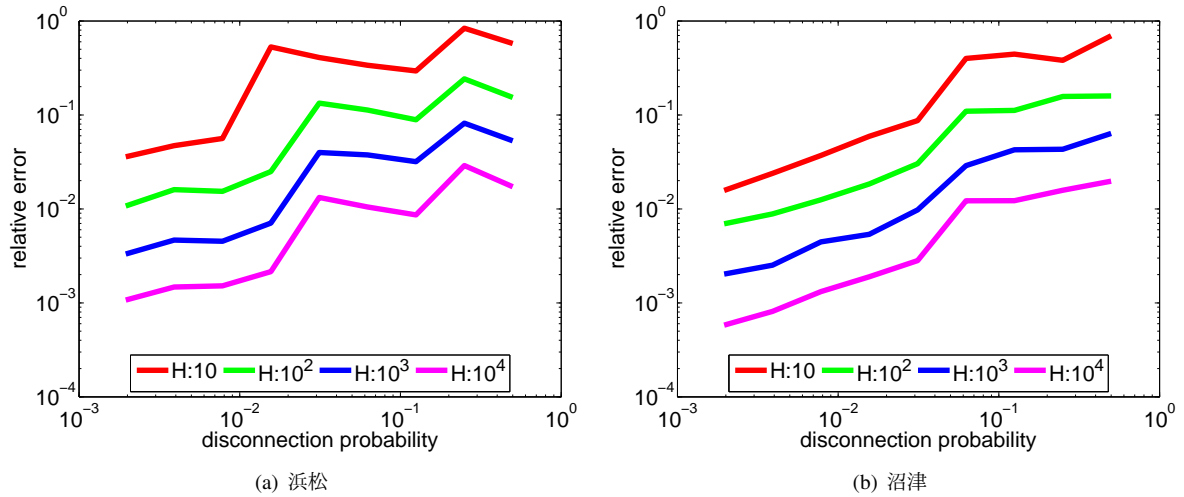


図 4: 異なるシミュレーション数に対してリンク切断確率を変化させた場合の重要度中心性の相対誤差の変化

と縦軸はそれぞれ上位 100 位までの順位と重要度中心性指標の値 $F_H(e)$ を表す。また、図 3(a) は沼津のデータに対して $p = 2^{-4}$ とした場合の結果であり、図 3(b) は同データに対して 2^{-9} とした場合の結果である。これら 2 つの確率値を選んだのは、先の実験結果では $p = 2^{-4}$ のときに重要度中心性の最大値が得られており、また、 $p = 2^{-9}$ の場合には元のネットワークに最も近いネットワークが得られるためである。なお、2 つのネットワークに対して他のリンク切断確率を用いた場合でもほぼ同様の傾向がみられた。図 3 からは、CRC 以外の中心性指標における上位 100 リンクすべてに関して、その重要度中心性はいずれのリンク切断確率においてもほぼ 0 であることがわかる。すなわち、これらの実験結果は、本稿で提案する重要度中心性が、これらの一般的な中心性指標とは異なる独自の性質をもつことを示

唆している。言い換えるなら、本稿で定義したような性能評価指標において重要なリンクを、従来の中心性指標を用いて同定することは困難であると言える。

最後に、生成するグラフのサンプル数 H に対する提案法の近似精度を評価した。具体的には、各リンク e に対して $H = 1, 100, 1000$ として重要度中心性 $F_H(e)$ を計算し、その値をリンク e の真の重要度中心性の値 $F^*(e)$ とした。そして、 $H = 10, 10^2, 10^3, 10^4$ の各値に対して独立ベルヌーイ試行による $F_H(e)$ の推定を 100 回実行し、その結果 $\{F_H^{(i)}(e) | 1 \leq i \leq 100\}$ を以下に定義する相対誤差 $RE_H(e)$ により評価した。

$$RE_H(e) = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} \left| \frac{F_H^{(i)}(e) - F^*(e)}{F^*(e)} \right|. \quad (4)$$

各リンク切断確率 $p \in \{2^{-1}, \dots, 2^{-9}\}$ の下で計算した $F^*(e)$ における最上位リンクに対する結果を図 4 に示

す。図 4(a) は浜松, 図 4(b) は沼津に対する結果である。なお, より低い順位のリンクに対しても, 同様の実験結果が得られた。図 4 から, これら 2 つのネットワークに対しては, いずれのリンク切断確率 p においても, $H = 10^3$ の場合でさえ, 真の中心性の値 $F^*(e)$ に対する相対誤差は 10% より小さいことがわかる。これらの実験結果は, 比較的少ないグラフのサンプル数でも重要度中心性が安定的に計算可能であることを示唆するものである。

6 おわりに

本研究では, ネットワーク中のすべてのリンクが確率的に切断され得るという現実的な状況下で効率的にクリティカルリンクを同定する手法を提案した。本稿では, そのような状況を確認的リンク切断モデルとして定式化し, 避難施設などに相当する特定のノード集合への他ノードからの可到達性をネットワークの性能評価指標とした場合に, グラフ理論におけるブリッジ同定技術を利用することでクリティカルリンクを効率的に同定することを可能とした。また, 2 つの実道路ネットワークを利用した評価実験を通して, 提案手法が, 従来の中心性指標に基づいて同定されるリンクより性能の高い, より重要なリンクをより短い計算時間で同定可能であることを示した。今後の課題としては, 道路の交通可能量などのリンクの重要性に影響を与える他の現実的な要因を考慮できるような提案法を拡張すること, および提案法で得られたクリティカルリンクの有用性のより詳細な検証などが挙げられる。

なお, 本研究の一部は文部科学省研究費補助金基盤研究(C) (課題番号: 17K00314) による。

参考文献

- [1] Akram, V.K., Dagdeviren, O.: Breadth-first search-based single-phase algorithms for bridge detection in wireless sensor networks. *Sensors* 13(7), 8786 – 8813 (2013)
- [2] Brin, S., Page, L.: The anatomy of a large-scale hypertextual web search engine. *Computer Networks and ISDN Systems* 30, 107–117 (1998)
- [3] Crucitti, P., Latora, V., Porta, S.: Centrality measures in spatial networks of urban streets. *Physical Review E* 73(3), 036125 (2006)
- [4] Freeman, L.: Centrality in social networks: Conceptual clarification. *Social Networks* 1, 215–239 (1979)
- [5] Ohara, K., Saito, K., Kimura, M., Motoda, H.: Accelerating computation of distance based centrality measures for spatial networks. In: *Proceedings of the 19th International Conference on Discovery Science (DS'16)*. pp. 376–391. LNCS 9956 (2016)
- [6] Ohara, K., Saito, K., Kimura, M., Motoda, H.: Maximizing network performance based on group centrality by creating most effective k-links. In: *Proceedings of the 4th IEEE International Conference on Data Science and Advanced Analytics (DSAA'17)*. pp. 561 – 570 (2017)
- [7] Oliveira, E.L., Portugal, L.S., Junior, W.P.: Determining critical links in a road network: vulnerability and congestion indicators. *Procedia - Social and Behavioral Sciences* 162, 158 – 167 (2014)
- [8] Opsahl, T., Agneessens, F., Skvoretz, J.: Node centrality in weighted networks: Generalizing degree and shortest paths. *Social Networks* 32(3), 245–251 (2010)
- [9] Saito, K., Kimura, M., Ohara, K., Motoda, H.: Detecting critical links in complex network to maintain information flow/reachability. In: *Proceedings of the 14th Pacific Rim International Conference on Artificial Intelligence (PRICAI2016)*. pp. 419–432 (2016)
- [10] Saito, K., Kimura, M., Ohara, K., Motoda, H.: An accurate and efficient method to detect critical links to maintain information flow in network. In: *Proceedings of the 23th International Symposium on Methodologies for Intelligent Systems (ISMIS2017)*. pp. 116–126 (2017)
- [11] Sariyüce, A.E., Kaya, K., Saule, E., Çatalyürek, U.V.: Graph manipulations for fast centrality computation. *ACM Transactions on Knowledge Discovery from Data (TKDD)* 11(3) (2017)
- [12] Shen, Y., Nguyen, N.P., Xuan, Y., Thai, M.T.: On the discovery of critical links and nodes for assessing network vulnerability. *IEEE/ACM Transaction on Networking* 21(3), 963 – 973 (2013)
- [13] Tarjan, R.E.: A note on finding the bridges of a graph. *Information Processing Letters* 2(6), 160 – 161 (1974)