

証明問題解決支援システムにおける

ダミーカード生成手法の検討

Proposal of Dummy Cards Generation Method

in an Interactive Environment for Proof Questions

倉山めぐみ¹ 渋谷勇気¹

Megumi KURAYAMA¹, and Yuki SHIBUYA¹

¹ 函館工業高等専門学校

¹National Institute of Technology, Hakodate College

Abstract: We are developing an interactive environment of proof questions. In this system, the learner chooses cards on which assumptions or conditions are written, and puts these cards. The system performs diagnosis and returns the result. However, in this system, system developers or teachers prepare these cards etc. for each proof question. It is necessary to manually prepare whether effective cards for learning are prepared for each question. Therefore, we propose dummy cards generation method.

1. はじめに

近年、論理的思考力に注目が与えられている[1]. その理由として、就職や進学における面接の場など、論理的に考え表現する場が増えたことが考えられる. 一方で、その力を育成するための場については変化があるとは言えない. 論理的思考力を育成するものとして、プレゼンテーションや作文などがあげられるが、その中に、証明問題の解決もあげられる. 証明問題は、プレゼンテーションや作文とは異なり、与えられた問題に対して既に分かっている事柄（仮定や条件）から分かってほしい事柄（結論）を導くものであり、仮定、条件、結論などが既に与えられているのである. 分かっていることから分かってほしいことを論理的に順序立てて考えていくことができることから、他の方法に比べ、論理的思考力を育成しやすいと考えている.

この考えを基に、カード選択方式を用いた証明問題解決支援システムが開発されている[2][3]. 開発されたシステムでは、三角形の合同の証明問題において、学習者に問題とカードセットが与えられ、カードを取捨選択し、並べ替えて証明を作成する. この証明に使用されるカードセットは、証明を構成するのに必要な正解カードと証明を構成しないダミーカードで構成されている. 正解カードの生成法はすでに提案され、実装されている[4]が、ダミーカードの生成法はまだないため、システム開発者か教師が行

う必要がある. 本研究では、学習者に与えるカードセットに着目し、カードセットの中でもダミーカードの生成方法について提案する.

2. 証明問題解決支援システム

カード選択方式を用いた証明問題解決支援システム[2][3]の実行画面を図1に示す. システムが起動するとまず学習者は表示された問題文を読み、ランダムに配置されたカード群からカードを取捨選択し、証明部分の空欄にマウスのドラッグアンドドラッグで移動させて当てはめていく. 空欄を全て埋めて解答ボタンを押すとシステムは正誤判定を行い、正解の場合は正解メッセージを、不正解の場合は不正解メッセージを表示する. その後、正解の場合は次の

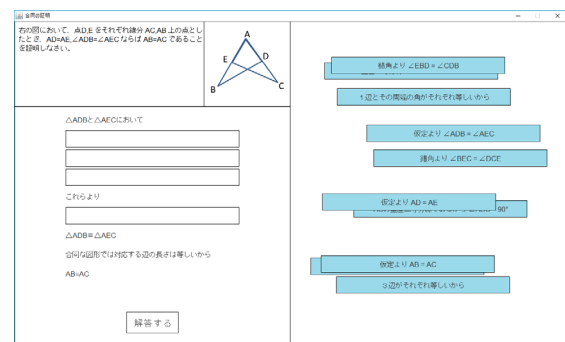


図1 証明問題解決支援システムの画面

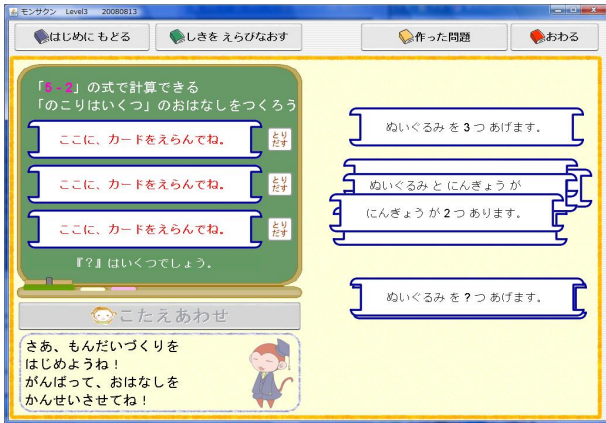


図2 作問学習支援システムの画面

問題へボタンか終了ボタンを選択でき、次の問題へボタンを押すと次の問題を表示し先に述べた順序で学習者は問題を解いていく。終了ボタンを押すとシステムは終了する。不正解の場合は元の問題へボタンより、カードを選択する画面へ戻る。

現在、本システムは web 上で利用できるようにし、学習者が学習できているかについての利用実験についても行っている[5].

3. カードセット

本システムにおいて、学習者はシステムで用意されたカードセットを用いて学習を進めていく。そのため、カードセットの作り方によって、学習に影響を与える可能性が考えられる。そこで、作問学習支援システムモンサクンで用いられているカードセットの組み合わせを基に、本システムのカードセットの構成を考える。

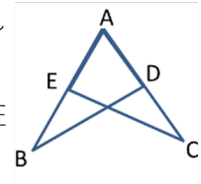
3.1 モンサクンでのカードセット

作問学習支援システムモンサクンは、倉山ら[6]によって開発されており、小学校の算数の文章題を題材とした問題作りのシステムとなっている(図2)。このシステムで用いられているカードは、1つの事実が書かれている単文となっており、次のような場合、

- りんごが5個あります
- りんごを3個たべました
- りんごが?個あります
- ?はいくつになりますか

上3文がそれぞれカードとして学習者に与えられる。また、ダミーカードとして、「りんごとみかんが合わせて?こあります」といった問題には必要ない文の構成を持ったカード、「りんご」の部分が「みかん」に置き換わった「みかんが5個あります」となった

右の図において、点D,Eをそれぞれ線分AC,AB上の点としたとき、 $AD=AE$, $\angle ADB=\angle AEC$ ならば $AB=AC$ であることを証明しなさい。



【証明】

$\triangle ADB$ と $\triangle AEC$ において
 仮定より $AD = AE$
 仮定より $\angle ADB = \angle AEC$
 共通な角であるから $\angle BAD = \angle CAE$
 これらより
 1辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle ADB \cong \triangle AEC$
 合同な図形では対応する辺の長さは等しいから
 $AB = AC$

図3 証明問題の問題と証明(例)

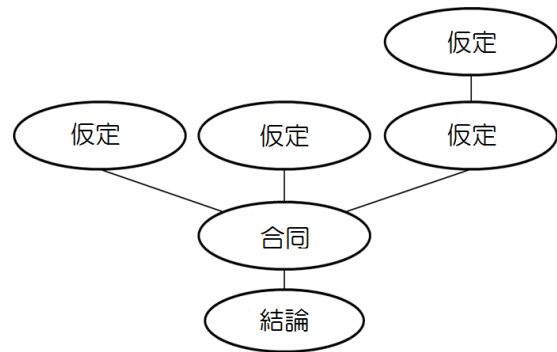


図4 三角形の合同における構造(例)

カード、?の部分が計算された値が入った「りんごが2個あります」と書かれたカードを学習者に与えている。それぞれのカードは、文の構造が異なるもの、オブジェクト(もの)が異なるもの、数値が異なるものとして用意されている。

モンサクンで利用しているカードに書かれている単文は、すべて、文構造、オブジェクト構造、数値構造から成り立っており、これらを組み合わせて様々な単文を作成している。

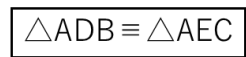
3.2 証明問題解決支援システムのカード

証明問題解決支援システムにおいても、3.1節で述べたモンサクンでのカードと同様に、1つの事実が書かれたカードを用意している。図3に示す問題と証明では、各行を1つのカードとして用意している。また、ダミーカードはあらかじめ用意しているものを使用している。

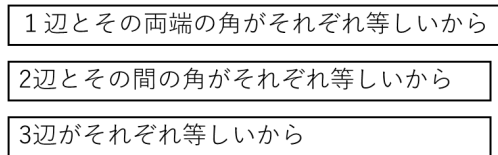
現在、証明に必要なカード(本論では、正解カードと呼ぶ)の自動生成を行っており、正解カードを生成する方法について説明する[4]。図4に示す証明



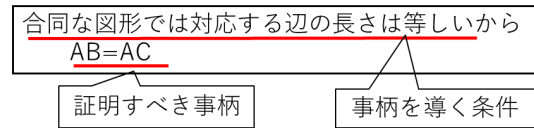
(a) 仮定カード



(c) 合同カード



(b) 条件カード



(d) 結論カード

図 5 各種カードの例

問題の構造から仮定、証明の合同、結論のそれぞれの型に当てはめた配列に格納する。この配列を基に正解カードを生成する。

あらかじめデータベースにその問題の構造を追加する。証明問題では証明文の形式が決められており、問題文や問題の図形から仮定を得て条件を導き出し、そこから合同を証明し、結論を導く形となっている。今回取り上げる三角形の合同証明では、二つの三角形において、仮定、条件、合同、結論の4つの要素から成り立っている。上から順に一段目はその仮定がどこから得られたものなのか、二段目は実際の仮定、三段目は合同、四段目は結論をそれぞれ表しており、丸は要素を、線は要素と要素の繋がりを表している。これらを図の位置関係が崩れないように二次元配列の形でデータベースに格納する。そして問題に適した構造の読み出しを行う。

仮定カードでは、一段目に要素がある場合は二段目と文字列結合をし、一段目が空白の場合は問題文より得られるものと判断し「仮定より」と文を加えて二段目と結合する。条件カードの生成では、条件は構造には含まれていないため、二段目の仮定から角を探索して見つけたらカウントしていき、角の数が0個なら「3辺がそれぞれ等しい」のように角の数によって三角形の合同条件を二次元配列に格納する。合同と結論カードでは、これらは構造で与えられているので抜き出してそのまま二次元配列に格納する。そして配列に格納したそれぞれの仮定と条件、合同、結論をカードにセットすることにより処理は終了する。

また、これらのカードは一つの二次元配列の中に格納されているため、例えば条件にはその条件を導くために用いた仮定の情報を、結論には条件の情報を付加情報として見ることができる。このことからカードが何を示しているかをより明確にしている。

4. 提案するダミーカードの生成手法

本章では、3.2節で述べた正解カードの生成方法に基づき、ダミーカードを生成する方法について提案する。本システムで利用しているカードは、仮定カード、条件カード、合同カード、結論カードの4種類である。これらをカードの文構造とし、この文構成を基本にダミーカードの生成方法を考える。また、4種類のカードの組み合わせについては、今後検討していく予定である。

4.1 仮定カード

仮定カードには等しい角や辺が書いてある結論部分とそれを証明する仮定部分に分かれている(図5)。仮定カードの仮定と結論の構造から、ダミーカードを正解から変更されている部分で三つに分類した。その分類は正解カードから仮定部分に変更されている「仮定の変更」、結論部分に変更されている「結論の変更」、仮定と結論が変更されている「仮定と結論の変更」である。

「仮定の変更」カードの仮定には、「正解にある言葉」、「正解に無い証明問題に実際に使われている言葉」の2つがある。正解の3つの仮定カードごとに仮定部分を「仮定より」とそれ以外の言葉に分け、正解の仮定部分を乱数で選択し、正解と違う仮定であれば、結論と結合して生成する。仮定が同じ場合は、「仮定より」のカードには違う仮定が見つかるよう正解の仮定を探索し、見つからない場合、指定した仮定と結合し、それ以外は「仮定より」という仮定と結合して生成する。

「結論の変更」カードの結論には、「三角形の角や辺の組み合わせ」、「三角形以外で図形に存在する角や辺、三角形の角や辺との組み合わせ」、「図形に存在しないどうし、存在する角や辺の組み合わせ」の3つがある。結論の変更カードでは二種類の方法で

生成する。まず、「 $\triangle ABC = \triangle DEF$ 」のような合同カードのアルファベットを一文字ずつ取り出しそれを並べ替え角や辺を生成し、番号が合同な三角形の対応する角や辺に対応するように配列に格納する。次に一つ目の生成法として、この配列のデータを使い、正解を判別し正解以外の合同な三角形の対応する角や辺の組み合わせの結論を生成する。それに「仮定より」という仮定を付けて生成する。二つ目の生成法は乱数で角や辺を選択し生成する。このとき、対応する角や辺の組み合わせにならないように角や辺の配列と照らし合わせる。

「仮定と結論の変更」のカードは、上記2つの変更方法を組み合わせて生成する予定である。

4.2 条件カード

条件カードには、各合同の条件が書かれたカードである。現在のシステムでは、三角形の合同条件3つとも、学習者が選択できるようにカードとして与えている。図1に示す問題の空欄の際には、問題ないと思えるが、図5のように、すべてを空欄にした場合、カードの枚数が多くなるため制約が必要と考えられる。今後、学習者に与えるカードの枚数によって考えていく必要がある。

4.3 合同カード

合同カードには、2つの三角形の合同が書かれている。ダミーカードとして用意する場合は、仮定カードの結論部分の生成方法と同じく、三角形の文字の順番により生成される。

4.4 結論カード

結論カードとは、証明問題で証明すべき事柄とその事柄を導くための条件が書かれたカードである。証明すべき事柄と導くための条件は1対になっているので、ダミーカードは、条件カードと同様な生成法が考えられる。

5. まとめ

本稿では、証明問題解決支援システムの概要、カードセットの内容、正解カードの生成方法について述べ、カードセットの一部として入れるべきダミーカードの生成手法について提案した。

今後は、本稿で提案したダミーカード生成手法を用いたシステムの開発を行っていく予定である。また、詳細なフィードバックを学習者に与えられるよう、システムを再構築していく予定である。

謝辞

本研究は JSPS 科研費 15K16109 , 公益財団法人マツダ財団の助成を受けたものです。

参考文献

- [1] 清水宏幸: 全国学力・学習状況調査の結果にみる中学校数学科の指導上の課題—記述式問題に焦点を当てて—, 日本数学教育学会誌, 第 94 巻, 第 9 号, pp. 38-41 (2012)
- [2] Megumi Kurayama: Developing a Geometric Proof Problem-Solving Support System Utilizing Card Selection, Proc. of ICCE2017, pp. 110-112, (2017)
- [3] 倉山めぐみ, 浜本風花, 中村香織: 段階的学びを促す証明問題解決支援システムの開発, 教育システム情報学会第 41 回全国大会論文集, pp.353-354 (2016)
- [4] 金沢 萌実, 倉山めぐみ: 証明問題解決支援システムにおけるカード群の自動生成—正解カードと証明文の生成—, 教育システム情報学会 2017 年度学生発表会, pp.13 -14 (2018)
- [5] 吉原直輝, 松下将也, 倉山めぐみ: 中学数学の図形における証明問題解決支援システムの提案, 教育システム情報学会 2018 年度学生発表会 (予定)
- [6] 倉山めぐみ, 平嶋宗: 逆思考型を対象とした算数文章題の作問学習支援システムの設計開発と実践的利用, 人工知能学会論文誌, 27 巻, 2 号 D, pp82-91 (2012)